

國立臺東大學教育學系
學校行政碩士在職專班
碩士論文

指導教授：鄭耀男 博士

數學寫作應用於數學領域學習成效之研究：
以臺東縣二位國小五年級學生為例

研究生：鄭盧怡君 撰

中華民國一〇八年八月



國立臺東大學教育學系
學校行政碩士在職專班
碩士論文

數學寫作應用於數學領域學習成效之研究：
以臺東縣二位國小五年級學生為例



研究生：鄭盧怡君 撰
指導教授：鄭耀男 博士
中華民國一〇八年八月

國立臺東大學
學位論文考試委員審定書

系所別：學校行政碩士在職專班

本班 鄭盧怡君 君

所提之論文：數學寫作應用於數學領域學習成效之研究：以臺東縣二位國小五年級學生為例

業經本委員會通過合於 ☒ 碩士學位論文 條件
☐ 博士學位論文

論文學位考試委員會：



(學位考試委員會主席)



鄭耀男

(指導教授)

論文學位考試日期：民國 108 年 08 月 09 日

國立臺東大學

附註：1. 本表一式二份經學位考試委員會簽後，正本送交系所辦公室及註冊組或進修部存查。

2. 本表為日夜學制通用，請依個人學制分送教務處或進修部辦理。

國立臺東大學博、碩士學位論文授權書

本授權書所授權之論文為本人在 國立臺東大學 教育學系學校行政所

108 學年度第 二 學期取得 碩 士學位之論文。

論文名稱：數學寫作應用於數學領域學習成效之研究：以臺東縣一位國小五年

本人具有著作財產權之論文全文資料，授權予下列單位：

同意	不同意	單位
☒	☐	國家圖書館
☒	☐	本人畢業學校圖書館
☒	☐	與本人畢業學校圖書館簽訂合作協議之資料庫業者

得不限地域、時間與次數以微縮、光碟或其他各種數位化方式重製後散布發行或上載網站，藉由網路傳輸，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

☒ 同意 ☐ 不同意 本人畢業學校圖書館基於學術傳播之目的，在上述範圍內得再授權第三人進行資料重製。

電子檔公開時程

立即公開	一年後公開	二年後公開	三年後公開
✓			

本論文因申請專利或發表(未申請者本條款請不予理會)需延後公開,依「教育部100年7月1日臺高(二)字第1000108377號函」,延後公開合理期限最多不超過五年。

☐ 本論文已申請專利並檢附證明，專利申請案號：

☐ 本論文準備以上列論文投稿期刊。

延後公開日期：民國_____年_____月_____日。

上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未勾選，本人同意視同同意授權。

指導教授姓名： 鄭耀男 (親筆簽名)

研究生簽名：鄭麗怡君 (親筆正楷)

學 號：1210616 (務必填寫)

日期：中華民國 108 年 8 月 13 日

1. 本授權書 (得自 http://portal.lib.nttu.edu.tw/lp.asp?CtNode=714&CtUnit=148&BaseDSD=52&mp=1&xq_xCat=10 下載) 請以黑筆撰寫並影印裝訂於書名頁之次頁。
2. 依據 91 學年度第一學期第一次教務會議決議：研究生畢業論文「至少需授權學校圖書館數位化，並遲遲於三年後上載網路供各界使用及校內瀏覽。」

授權書版本:2018/03/16

誌謝辭

終於，我還是完成了這份給自己的禮物。想起兩年前，家人的支持讓我能再重拾書本回到校園，暫時卸下媽媽、妻子的角色，讓我很是珍惜這段求學時光，尤其與同學間的歡聚、上課、寫作業、趕報告時光，讓我好喜歡！而其中，能充實自我，提升個人能力更是讓我感到滿足。

感謝我的指導教授-鄭耀男老師，撰寫計畫前換了好多次題目，而老師也無厭其煩的陪我思考著，期間更是與同組成員慢了好多腳步，而老師總是不斷寬限我時間，像個爸爸般的不斷給我機會，繳出作業後立馬幫我修改，只怕我來不及趕上期限，誠摯地向鄭老師說聲謝謝！也謝謝老師總是認真、用力的為大家上課，謝謝鄭老師為我教師一職樹立典範。

感謝朱進財教授與何俊青教授，在口考當日逐頁悉心指點，提供我寶貴受用的建議，使我的論文更完整，我想，我與我的這篇論文何其幸運！

感謝梁忠銘教授，擴展我們的視野，透過佐藤教授帶我們認識日本教育，也感謝佐藤教授細心解說。感謝鄭承昌教授用淺顯易懂方式讓我們認識統計，學習跟數學有關的科目，也讓我覺得上課好愉快。感謝林清財教授為使我們認識在地歷史，像個導遊般的從臺東解說到花蓮，再從花蓮解說到臺東，也讓我們對重新認識歷史一詞。

感謝我的好夥伴-惠穎，不斷給我支持，跑在前面的你，也總是先幫我探好路，讓我總默默接受你的幫忙。謝謝班上的好同學們陪伴著我，謝謝怡菁、譯葦在我想放棄時，相信我可以做得到。

我最親愛的爸媽、最挺我的姊妹，謝謝你們總放任我做我想做的事，默默幫我安頓好家裡一切。謝謝我的老公，連三年的暑假，你總是帶著孩子往屏東，讓我能好好讀書、好好做完論文，當我想孩子時，再帶孩子回來給我瞧瞧，如此屏東-臺東辛苦的往返著，也感謝我公婆協助照顧孩子。

最後，想跟陪我走過這研究的二位孩子說聲謝謝，有你們的體諒讓我能順利完成研究。還有，謝謝怡君，一度想放棄的你，最後選擇堅持下去完成，這甜美的果實該由你享有。未來，請你記住這一刻，別輕易放棄！

鄭盧怡君 謹誌 2019 年 8 月

數學寫作應用於國小數學領域學習成效之研究：以臺東縣二位國小五年級學生為例

作者：鄭盧怡君

國立臺東大學教育學系

摘要

本研究採個案研究方式，探討臺東縣偏鄉國小兩名五年級學生透過數學寫作教學的數學學習成效、不同數學寫作的表現及數學概念的獲得方式。研究結果發現：

一、解釋性寫作表現：S1 解題過程詳細，透過多種表徵流暢表達，以總體概念作說明。S2 解題漸趨完整、正確，輔以圖畫作解釋，補充文字敘述部分。

二、偵錯式寫作表現：S1 正確提取錯誤，理由說明完整、充分，足夠說服。S2 多能正確提取錯誤，且多以提出應列算式為理由說明。

三、擬題式寫作表現：S1 靈活運用算式，題目設計帶情境，敘述流暢。S2 合理應用算式，題目敘述漸趨流暢，掌握運算符號使用概念。

四、總結式寫作表現：學生多以條列式並舉例說明學習內容。S1 寫作內容以數學概念說明及算式計算為主；S2 則多以算式計算為主，後期寫作才出現數學概念。

五、學習反映：S1 學生學習沒自信，但 S2 則對數學學習有自信。

二者皆對生活有需求的數學學習有興趣，也能對個人學習進行反思。

六、透過數學寫作教學能穩定高程度學生 S1 的學習程度表現，提升中程度學生 S2 的學習成效。

七、S1 能自行整理並組織數學概念，將數學概念與生活情境連結，獲得其完整、紮實的數學概念。S2 透過實際操作之課程、過去舊經驗，以獲得數學概念，理解多以建立在算式的計算上，較無法理解透徹與靈活運用。

關鍵字：數學寫作、學習成效、偏鄉



A study on the impact of mathematical writing on pupils' learning performance in mathematics—a case study of two fifth graders of a primary school in Taitung

ZHENG LU YI JUN

Abstract

This study explores the learning performance of two fifth graders from a primary school located in a remote and rural area in Taitung County using the case study method as a tool to examine their understanding of mathematical concepts and their presentations of mathematics once they were taught mathematical writing skills. The research findings were as follows:

1. Expository writing skills:

S1 has tried to give a detailed description of how a math problem was solved by offering a number of representations and an explanation of the overall concept.

S2 has made progress in solving math problems effectively and efficiently, while creating drawings so as to clearly convey his thoughts.

2. Able to find faults in math writing:

S1 is capable of identifying errors and listing convincing reasons for the math problem at hand.

S2 is capable of identifying errors most of the time, and tends to explain the errors with formulas as examples.

3. Problem posing as a writing skill:

S1 knows how to use equations effectively and is able to place a math problem in a context.

S2 knows how to properly use equations and is making progress in giving descriptions of a math problem and using operators to perform mathematical operations.

4. Summary writing skills:

Both students use examples to illustrate what they have learned about mathematics. S1 employs basic concepts and mathematical operations in his math writing, whereas S2 tends to use operators to perform math operations before he learns to combine math concepts into his math writing.

5. Learning reflections:

S1 has shown little confidence in learning mathematics, whereas S2 exhibits confidence in the learning process.

Both have enthusiasm for mathematics this is connected with life, and are able to reflect over what they have previously learned.

6. The guide to mathematical writing proves to be helpful for S1 to keep his learning performance, and improves S2's mathematics performance.

7. S1 is capable of organizing math concepts and placing such concepts in real-world contexts, in order to present a series of interconnected mathematical concepts. S2 has a tendency of trying to understand math concepts through mathematical operations learned via experience without fully comprehending the key ideas in mathematics.

Keywords: mathematical writing, learning performance, remote and rural areas

目次

摘要.....	i
Abstract.....	ii
目次.....	iv
表次.....	vi
圖次.....	vii
第一章 緒論.....	1
第一節 研究背景與動機.....	1
第二節 研究目的與研究問題.....	5
第三節 名詞釋義.....	5
第四節 研究範圍與限制.....	7
第二章 文獻探討.....	9
第一節 數學寫作概念與理論基礎.....	9
第二節 數學寫作應用在數學領域之學習成效.....	17
第三節 臺東縣國小學生數學領域之學習現況.....	26
第三章 研究方法.....	39
第一節 研究參與者.....	39
第二節 研究流程.....	40
第三節 數學寫作教學設計.....	44
第四節 評量工具.....	46
第五節 資料分析方法.....	48

第四章 研究結果與討論..... 51

第一節 臺東縣二位國小五年級學生透過數學寫作後的學習成效..... 51

第二節 臺東縣二位國小五年級學生在不同的數學寫作方式下之表現.... 60

第三節 數學寫作教學之省思..... 118

第五章 結論與建議..... 121

第一節 結論..... 121

第二節 建議..... 123

參考文獻..... 125

附錄..... 133

附錄一 研究參與學生家長同意書..... 133

附錄二 數學單元測驗卷(1080603-比率與百分率-S_). 134

附錄三 偵錯式寫作單(1080522-偵 5) 136

附錄四 擬題式寫作單(1080524-擬 4) 137

附錄五 解釋性寫作單(1080529-解 7) 138

附錄六 總結式寫作單(1080531-總 4) 139

附錄七 晤談記錄(1080529-解 7-S1 晤)..... 140

表 次

表 1	Flower & Hayers 的寫作歷程與 Polya 的解題歷程對照表.....	15
表 2	研究對象背景與數學學習表現、特質紀錄表.....	39
表 3	數學寫作課程內容.....	44
表 4	數學寫作單設計概念.....	45
表 5	數學單元測驗卷評分標準.....	47
表 6	晤談問題及對本研究之意義.....	48
表 7	資料編碼說明.....	49
表 8	資料轉譯代號說明.....	49



圖 次

圖 1 研究流程圖.....	43
圖 2 1080401-符號代表數-S1	51
圖 3 1080415-表面積-S1	52
圖 4 1080506-小數-S1	52
圖 5 1080520-生活中的大單位-S1	52
圖 6 1080603-比率與百分率-S1	53
圖 7 S1 歷次數學單元測驗成績表現.....	53
圖 8 S1 歷次數學單元測驗中符合評分標準之題數.....	54
圖 9 1080401-符號代表數-S2-1	55
圖 10 1080401-符號代表數-S2-2	55
圖 11 1080415-表面積-S2	55
圖 12 1080508-小數-S2	56
圖 13 1080520-生活中的大單位-S2-1	56
圖 14 1080520-生活中的大單位-S2-2	57
圖 15 1080603-比率與百分率-S2-1	57
圖 16 1080603-比率與百分率-S2-2	57
圖 17 S2 歷次數學單元測驗成績表.....	58
圖 18 S1 歷次數學單元測驗中符合評分標準之題數.....	59
圖 19 S1、S2 歷次數學單元測驗成績表現.....	60
圖 20 1080325-解 1-S1.....	62
圖 21 1080410-解 3-S1.....	63
圖 22 1080508-解 5-S1.....	65
圖 23 1080529-解 7-S1.....	66
圖 24 1080325-解 1-S2.....	67
圖 25 1080410-解 3-S2.....	68
圖 26 1080508-解 5-S2.....	70

圖 27	1080529-解 7-S2.....	71
圖 28	1080403-解 2-S1.....	73
圖 29	1080422-解 4-S1.....	74
圖 30	1080510-解 6-S1.....	74
圖 31	1080403-解 2-S2.....	76
圖 32	1080422-解 4-S2.....	77
圖 33	1080510-解 6-S2.....	77
圖 34	1080327-偵 1-S1.....	83
圖 35	1080408-偵 2-S1.....	83
圖 36	1080429-偵 3-S1.....	84
圖 37	1080513-偵 4-S1.....	84
圖 38	1080522-偵 5-S1.....	85
圖 39	1080327-偵 1-S2.....	86
圖 40	1080408-偵 2-S2.....	86
圖 41	1080429-偵 3-S2.....	87
圖 42	1080513-偵 4-S2.....	87
圖 43	1080522-偵 5-S2.....	88
圖 44	1080328-擬 1-S1.....	96
圖 45	1080426-擬 2-S1.....	97
圖 46	1080516-擬 3-S1.....	97
圖 47	1080524-擬 4-S1.....	99
圖 48	1080328-擬 1-S2.....	100
圖 49	1080426-擬 2-S2.....	100
圖 50	1080516-擬 3-S2.....	101
圖 51	1080524-擬 4-S2.....	102
圖 52	1080329-總 1-S1.....	110
圖 53	1080412-總 2-S1.....	110
圖 54	1080503-總 3-S1.....	111

圖 55	1080531-總 4-S1.....	112
圖 56	1080329-總 1-S2.....	113
圖 57	1080412-總 2-S2.....	113
圖 58	1080503-總 3-S2.....	114
圖 59	1080531-總 4-S2.....	115



第一章 緒論

本研究主要探討臺東縣國小五年級學生透過數學寫作於數學教學之情形，及參與學生數學學習領域的學習成效。本章節一共分為四小節，第一節說明本研究之背景與動機，第二節詳述研究目的與研究問題，第三節為本研究之專有名詞解釋及定義，第四節說明本研究範圍及限制，分述如下。

第一節 研究背景與動機

本節分兩部分說明研究背景與研究動機，詳述如下。

一、研究背景

十二年國教即將於 108 學年度逐年實施，然而在十二年國民基本教育課程綱要總綱下，秉著全人教育的精神，並以「成就每一個孩子—適性揚才、終身學習」為願景，同時以「自發」、「互動」、「共好」為理念，讓數學領域的學習與數學是一種語言、實用的規律科學、人文素養的特質來搭配課程設計，使學生在數學學習上能有真切的感受（教育部，2014）。學生在學習上有感，才能與真實生活情境做連結，並運用數學知識來思考問題，進而分析問題及解決問題。

教學現場上，隨著課程的改革及資訊科技不斷的進步下，教師們在課堂上已不僅僅用講述教學法授課，因應課程內容調整教學方法已是現職教師的專業。但在多元的教學方法下，學生對數學依然是敬而遠之的。

我國自 2003 年開始參與國際數學與科學教育成就趨勢調查研究(Trends in International Mathematics and Science Study，簡稱 TIMSS)，由國際教育成就評量協會(The International Association for the Evaluation of Achievement，簡稱 IEA)自 1995 年起每四年對四年級及八年級進行施測，各國透過參與 TIMSS 的研究結果，可瞭解國家學生的數學學習成就表現及數學學習成就的相關因素，亦能檢視國家在數學教育改革上對學生數學學習成效的相關，

以做為國家未來在數學教育改革上的參考（林碧珍，2012、林碧珍，2015、曹博盛，2012、曹博盛，2015）。

我國參與 TIMSS 的數學成就表現每每都能取得亮眼佳績（林碧珍、蔡文煥，2005、林碧珍，2012a、林碧珍，2015a、曹博盛，2005、曹博盛，2012a、曹博盛，2015a、數理人文編輯室，2017），尤其在 2007 年，八年級學生在參與國家或地區中拔得頭籌。

然而，在此優秀表現下，四年級及八年級學生在高學習數學自信上及喜歡學數學上皆低於國際平均百分比，其中，2003 年的四年級學生參與 TIMSS 測驗，而後在 2007 年參加八年級 TIMSS 測驗，還有 2007 年的四年級學生參與 TIMSS 測驗並在之後參與 2011 年八年級 TIMSS 測驗，這兩批學生在高學習數學自信上大幅下滑（林碧珍、蔡文煥，2005、林碧珍，2012b、林碧珍，2015b、曹博盛，2005、曹博盛，2013b、曹博盛，2015b）。

學生在數學成就上表現優秀，但在其學習數學自信上卻是低弱的，甚至喜歡數學的百分比偏低，而且從歷年資料來看，可以發現學習越久對數學越沒信心，也喜歡數學的程度也越來越低，此現象一直是在 TIMSS 研究中發現一致性結果，也一直是許多研究者在數學教育上欲改善的一部分，如何讓學生喜歡學數學、對學習數學有信心，也能在學生的數學學習上有成效。

二、研究動機

研究者投入教職僅邁入第十年，也一直不斷在教學中精進，以期讓學生學習更有成效，並用所學解決生活中的問題。一則學生家長給予研究者在教學上的回饋深刻烙印於心中，有天幫一名導師代數學課，有位學生返家後開心地告訴家長說，今天學的數學他都懂了！家長不用再指導學生，甚至晚餐後學生還自行出題給自己練習。這件事給予研究者很大的衝擊，學生是對家長說「他懂了」，而不是說他覺得好好玩，這則回饋提醒了研究者，提升學生對數學的學習興趣，不在於用花俏的教學讓學生覺得好玩，而在於讓學生知道他現在在學什麼。

另外，研究者在一次數學觀課中，台上教師正引導學生計算 $34 \div 2$ ，但此時卻有一名男學生說著 $15 + 2$ ，說了三、四次，台下觀課的我疑惑著男學生想表達

什麼，而研究者再看台上教師，正要進行寫除法算式的手停了下來，問了男學生：「 $15+2$ 的意思是什麼？」，男學生回答說：「 30 的一半是 15 ， 4 的一半是 2 ，所以 $34\div 2$ 就是 $15+2$ 啊！」，研究者不禁為這男學生的回應給予掌聲，男學生的想法就是這麼自然並與個人生活經驗做連結。而這一幕也一直深刻烙印在研究者腦海中，也不斷反思著，在研究者的教學中是否提供孩子機會去表達孩子們的想法？研究者要用什麼樣的方式來去了解孩子們的想法？

試想，在那一次的觀課中，若是台上教師繼續寫著除法算式，忽略了那男學生的聲音，是否那男學生就必須被迫接受教師給予的除法算式？教師與學生間的溝通就好比雞同鴨講，就算教學者用再多花俏的教學，也無法將男學生的想法與教師的教學做一個完美的翻譯，也無法讓其他學生看到解決問題的方法其實不只一種，甚至有比用除法算式更容易想的方法。而最後，學生無法理解教師的教學內容，那就仿造解題。但題目百百種，要提高在數學上的學習分數，只能不斷的練習，不斷地寫考古題，才能把每一種題目都練過。如此，學生在學習上只是不斷地上喪失興趣、不斷地受挫。

因此，要如何讓學生知道自己目前正在學習什麼？而非一昧的仿造教師的解題模式。而學生在學習時的想法為何，學生是如何將學習的新知識與個人的舊經驗組織為個人的數學概念？教學者要如何能清楚知道學生建立的數學概念，以與學生建立起溝通的橋樑？

研究者參閱關於數學寫作的相關文獻，數學寫作 (Mathematical Writing) 在眾多文獻中皆表示能提升數學學習成效 (呂守純, 2007; 林冠汝, 2011; 陳文章 2010; 郭室宜, 2008; 鄭惠芬, 2005; 蕭明芳, 2016; Dougherty, 1996; Havens, 1989)，或是能提升數學溝通與表達能力、解題能力、認知能力與理解力 (呂守純, 2007; 林冠汝, 2011; 洪宗賢, 2011; 胡湘采, 2017; 紀詩蕙, 2009; 郭室宜, 2008; 曾千芬, 2007; 黃千芳, 2007; 楊素禎, 2013; 蔡昀辰, 2014; 鄭惠芬, 2005; 蕭明芳, 2016; 簡雅惠, 2012; Dougherty, 1996; Havens, 1989; LeGere, 1991)，且大多文獻皆表示透過數學寫作能提升學生的數學學習興趣 (紀詩蕙, 2009; 陳文章 2010; 郭室宜, 2008)，透過數學寫作能了解學生做數學領域學習上的困難，確實掌握學生的數學學習，並能針對學生學習困難處進行迷思概念的

澄清或補救教學。

在 TIMSS 2011 年的調查研究中，根據學校所在的城鎮大小與數學成就比較，在台灣，四年級學生的學校所在城鎮人口數達 50 萬以上，其數學平均成就高於學校所在城鎮人口數 5 萬以下，且兩者學生成就差異達 35 分以上，亦高於國際平均 20 分以上，而八年級學生的學校所在城鎮人口數達 50 萬以上，其數學平均成就遠高於學校所在城鎮人口數 5 萬以下，且兩者學生成就差異達 62 分以上，亦遠高於國際平均 34 分以上（李哲迪，2016）。而臺東縣 16 個鄉鎮市區中，僅有台東市超過 5 萬人口，但未達 50 萬以上，其餘皆未達 5 萬，其中 12 個鄉鎮未達 1 萬人口（臺東縣政府縣政統計資訊網，2018）。跨年比較臺灣小學的四年級學生數學平均表現的城鄉差異時，城鄉差異一直存在著（黃敏雄，2015），且在所有學科中，數學科的學習成就在城鄉差距中是最大的，且學習成就低落區主要發生在原住民鄉（陳奕奇，劉子銘，2008）。

有關城鄉學習表現差異最重要原因為學生的家庭教育資源（黃敏雄，2015、李哲迪，2016），但往往這也是學校教師最難施力的地方。然而在控制家庭教育資源後，卻也發現鄉村與都市間的數學成就差異與非家庭教育資源有關（李哲迪，2016），意即學校對學生的學習成就是具有影響力的。偏遠地區的學生，雖然家庭教育資源不足，依然有可能透過學校因素改善其學習成就（黃秀卿，2009）。

數學寫作在數學學習領域的成效是明顯有助益的，但在數學寫作的相關研究中，尚未有研究對象為臺東縣國小學生。臺東縣國小學生的數學學習成效與其他縣市相比，是有落差存在的，且數學學科與其他學科相比是落差較大的，其中，學生的背景因素與學生的數學學習表現有相關（巫有鎰，2005）。然而，相關研究亦指出，教師秉持著積極、樂觀的正向態度鼓勵學生，與學生建立良好關係，提升教師的教學專業知能可使學生在學習上更主動、學習更有效，讓學生在學業成就上能透過學校的努力進而更有佳的學習成就。因此，研究者想瞭解透過數學寫作教學建立師生間良好的溝通，教師透過回饋給予學生正向的鼓勵與支持，提升學生對自身的教育抱負、學習動機，分析學生的寫作內容以診斷學生的迷思概念，進而對其實施補救教學，在臺東縣國小學生的數學學習上是否亦能提升其數學學習成效，是本研究最主要的研究動機。

其次，臺東縣國小學生在學習數學的核心概念上，學生於數學課程中學習數學後，會如何透過自身的數學語言做轉換以獲得其數學概念，教學者了解學生獲得數學概念方式，利於教學者調整教學模式，備課時能從學生獲得概念方式來著手設計課程，縮短學生學習與教師溝通上的距離，教與學不再是雞同鴨講，此為本研究的次要研究動機。

第二節 研究目的與研究問題

根據前述的研究動機，本研究欲探討透過數學寫作對臺東縣二位國小五年級學生數學領域的學習成效，及透過學生的數學寫作中，探究學生數學概念的獲得方式。本研究的具體研究目的及研究問題如下：

一、研究目的

- (一) 探討透過數學寫作教學對臺東縣二位國小五年級學生的數學學習成效。
- (二) 透過學生的數學寫作分析臺東縣二位國小五年級學生數學概念的獲得。

二、研究問題

- (一) 數學寫作對臺東縣二位國小五年級學生數學領域的學習成效。
- (二) 臺東縣二位國小五年級學生在不同數學寫作下的表現為何。
- (三) 臺東縣二位國小五年級學生數學概念的獲得為何。

第三節 名詞釋義

本節將本研究所涉及的重要名詞：數學寫作、數學概念、學習成效，分別說明如下：

一、數學寫作

數學寫作是指學習者個人對數學的概念、理解、思考過程或對數學學習的另有想法，透過紙筆以文字、算則、圖、表或符號呈現，建構屬於學習者個人對數學的知識，並透過數學語言以書面方式向他人表達、溝通。

因此，數學寫作方式多樣化，本研究中的數學寫作依教學內容與使用時機的不同而採用自編的解釋性寫作、偵錯式寫作、擬題式寫作、總結性寫作、數學日誌五種寫作形式。

二、數學概念

概念一詞是指對同類事物獲得一種概括性的統一認知經驗，然而概念的形成須透過學習獲得，把個人對具體事物的經驗進行組織和分類，抽象化而形成超越對具體對象的認識（張春興，1989）。

本研究中所指的數學概念係指「國民中小學九年一貫課程綱要」中，在國小五年級數學學習領域裡所訂的四大主題為「數與量」、「幾何」、「代數」、「統計與機率」，但在本研究中所採用的翰林版五下數學教材內容僅有「數與量」、「幾何」、「代數」三大主題，因此本研究所指的數學概念為五年級學童在「數與量」、「幾何」、「代數」所應習得的數學概念。

三、學習成效

本研究中所稱的學習成效是指學生在單元教學結束後實施數學單元測驗，得分越高代表學習成效越好，得分越低代表學習成效較差，測驗題型以數學文字題為主，每次 10 題，共進行五次，另請長期任教於高年級之教學現場專業教師命題，命題內容以該單元之能力指標為範疇，教師可透過此數學單元測驗見學生學習成效，並透過逐次之數學單元測驗見學生學習成效之變化。。

四、學習反映

本研究所稱之學習反映是指學生在數學日誌中記錄下對數學課程所學習到的內容、問題，或是學生對學習時的疑惑與感受，使學生抒發於學習時的負面情緒或是學習時的正向回饋，以使教師了解學生學習時的心理層面感受。

五、臺東縣國小五年級學生

本研究所稱之臺東縣國小五年級學生，是以研究者任教學校的五年級二位學生為例。研究者任教學校位於臺東縣某特偏國小，以二位學生做個案研究，了解數學寫作教學對二位臺東縣國小五年級學生的學習成效。

第四節 研究範圍與限制

本研究是對臺東縣二位國小五年級學生透過數學寫作在數學領域上的學習成效進行分析研究，為使研究定義更為明確，茲將研究範圍與研究限制於本節中說明。

一、研究範圍

為了清楚描述本研究的範圍，所以從研究對象、教材、時間三方面來說明，說明如下：

（一）研究對象

本研究的對象為研究者目前服務之臺東縣某特偏國小五年級的二位男學生為研究對象，研究者擔任本研究之教學者，學校位於偏遠海邊，且為原住民重點學校，校內原住民學生占九成以上，且大部分為阿美族學生，全校共 6 班，107 學年度共有 45 位學生。

（二）研究教材

本研究中的研究教材採用 107 學年度翰林版國小五下的數學課本及習作學習內容、九年一貫課程綱要數學學習領域在五年級的分段能力指標，並輔以數學新世界教師種子生根計畫所研發之國小五年級教材學用修訂版，作為研究者自編的數學寫作單的教材內容。

（三）研究時間

本研究之教學自 107 學年度下學期第 7 週開始至第 16 週，為期 10 週，每週 4 節數學課程、1 節彈性課程，每週共計 5 節，在日常數學課程中融入數學寫作活動，並在彈性課程中進行數學寫作單的分享與回饋。

二、研究限制

受限於研究時間與人力，本研究僅進行 10 週的課程教學，其研究限制依研究推論、研計教材、研究方法、研究工具做說明。

（一）研究推論

本研究僅對 107 學年度臺東縣研究者所任教之某國小五年級二位學生為對

象，採個案研究作分析，需耗費較大心力於個案上，故無法採取大樣本之研究，亦非隨機取樣，研究結果會因學校所在地、教學者特質、學生學習能力、寫作方式等因素恐有差異，因此本研結果僅能推論至相似樣本，不宜作過度推論，若要再進一步推論至其他縣市、年級的學生、其他教學領域，則須再另作研究確認。

（二）研究教材

本研究所使用的數學寫作單乃參考相關文獻及學生該階段的學習教材內容所編製而成，以達成學習目標、簡單明瞭、學生易書寫為主，可依研究對象的能力而做修改，但本研究之研究教材使用僅限此次的研究對象。

（三）研究方法

本研究使用質性研究中的個案研究來探討數學寫作對臺東縣二位國小五年級學生的數學學習成效，並透過學生的數學寫作紀錄及訪談，分析寫作想法與數學概念的獲得，其他有關數學學習成效的相關因素無法做深入探討，此為研究方法之限制。

（四）研究工具

本研究於單元教學結束後之下一週進行數學單元測驗，另請長期任教於高年級教學現場之專業教師進行命題，以數學文字題為佈題題型，共計進行五次測驗，僅能對本次研究教學之主題進行學習成效之探討，無法廣泛推論至其他單元，此為研究工具之限制。

綜合上述的研究範圍及研究限制，本研究結果如要做其他研究推論，應在研究對象、教材、時間、方法、工具等各方面做適度修正，不宜過度推論至其他教學場域。

第二章 文獻探討

本章首先探討數學寫作之概念與理論基礎，接著了解數學寫作應用在數學之成效，最後探討臺東縣國小學生數學學習之現況。以下針對其內容做詳細說明，分述如下。

第一節 數學寫作與理論探討

本節共分為二個部份：數學寫作、數學寫作的理論基礎進行說明。以下分別加以論述：

一、數學寫作

美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics, 簡稱 NCTM) (1989) 認為數學是解題外，亦認為數學是溝通、推理，而其中在數學是溝通中將寫作納為學習數學和使用數學很重要的部分，透過數學寫作可促進有意義的學習。九年一貫課程中認為國民教育階段應協助學生數學溝通能力的發展，溝通是指除了要能理解別人以書寫、圖形或口語所傳遞的數學資訊外，亦要學童能以書寫、圖形或口語等形式，並運用精確的數學語言表達個人的數學想法。即將上路的十二年國教數學領域綱要中，也強調在數學課程中應發展學生的數學溝通能力，並應透過多元評量以了解學生的思考脈絡。而寫作較口語述說能有更多元的表徵方式呈現學習者的數學想法，並在寫作過程中解釋、反思、澄清並組織或連結至其他數學概念，學生的寫作紀錄亦提供教師豐富的學生學習資訊，並讓教師在教學上能選擇更適切的教學方法協助學生學習。因此研究者期望透過數學寫作方式提升學生的數學學習成效，並了解學生在數學學習上建構的數學概念、想法與迷思。茲就數學寫作之意義、功能、類型三個面向加以探討數學寫作的概念。

(一) 數學寫作的意義

Emig (1977) 認為寫作是一種獨特的學習方式，同時整合手、眼、腦運作的重要學習模式，透過寫作可以讓學生進行分析、比較事實與統整(引自 Miller, 1991)。美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics, 簡稱

NCTM)(1989)將數學寫作定義為個人描述問題是如何解決的，說明過程中有助於學生澄清他們的想法，並進一步發展更深入的理解。」。劉祥通、周立勳(1997)認為數學寫作是一種教學與學習間的溝通工具，而能促使學習者進行解釋、反思、回顧、組織或連結數學概念的書寫及紀錄活動，皆可稱為數學寫作活動。

魏宗明(1997)說明數學寫作是數學表徵活動之一，學習者利用紙筆將個人內化的數學想法、概念、技巧或解題過程以學習日誌、報告、故事等方式呈現，並以此與他人溝通。學生在進行數學寫作活動時，須將已得到的數學訊息進行有系統的組織，進而建構屬於學生自己的數學概念，對學生個人而言不僅有意義，更有價值。然而數學寫作不僅僅是將個人的數學概念以書寫紀錄呈現出來而已，更應重視學生在紙上的思考活動、思考脈絡(Borasi& Rose, 1989)。

綜合而言，數學寫作是指學習者將理解的數學意義及概念、想法、思考過程與脈絡，透過多元表徵記錄於書面呈現，以此與他人建立數學的溝通平台，並在寫作的編碼過程中，促使學習者重整數學知識，而獲致屬於學習者建構的數學知識網絡。

(二) 數學寫作的功能

美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics, 簡稱 NCTM)(1989)指出寫作在數學溝通表達上是一項特別有用的工具，它可以使不敢或不擅長在公開場合發言的學生藉著寫作表達期想法。NCTM(1991)說明數學寫作能促使學生對數學學習活動的思考，當學生在寫作中解釋、定義及確認關係時，學生即是在對自己所習得的數學知識進行反思；數學寫作是師生間有用的溝通橋樑，幫助教室裡的討論活動；教師可參考學生的寫作紀錄評量學生學習，抑或是調整教師教學模式。以下將數學寫作的功能分學生、教師及師生間作說明。

1. 在學生學習數學方面

(1) 學生將數學知識透過對自己有意義的數學符號用熟悉的語言將數學概念或規則重新整理、連結後陳述出來，可促進學生將其知識內化(Pugalee, 1998; 魏宗明, 1997)。

(2) 學生在寫作過程中能察覺個人的解題步驟及面臨的困難，並對自己的問題予以改進，提升學生解題能力，而學生的數學寫作即是學生在學習數學上別具價

值的學習歷史紀錄 (Pugalee, 1998; 魏宗明, 1997)。

(3) 學生可透過寫作宣洩學習數學時的負面情緒，並覺察到自己對數學的感覺是否影響學習，因此數學日誌具有情緒治療的價值 (Borasi & Rose, 1989; Pugalee, 1998; 魏宗明, 1997)。

(4) 在有限的教學時間下，給予不同程度的學生同時都有學習數學的機會 (劉祥通, 1994)，也給不敢在課堂上說話的學生有表達的機會 (Miller, 1991; 林姿飴、楊德清, 2005)。

(5) 促進學生思考，以增進學生後設認知 (Pugalee, 1998; 林姿飴、楊德清, 2005; 劉祥通, 1994)。

(6) 允許學生獨立的去經驗、探究、創造並發現數學，鼓勵學生將習得的數學知識加以個人化、同化或調適 (Azzolion, 1990)。

2. 在教師教學方面

(1) 透過數學寫作了解班上每位學生在學習數學時的想法與感受，遭遇到的困難與問題及診斷出學生的迷思概念 (Azzolion, 1990; Borasi & Rose, 1989; 林姿飴、楊德清, 2005; 魏宗明, 1997)。

(2) 教師可透過數學寫作了解學生的思維，學生在寫作中提供的回饋及想法可作為教師改進教學方法的參考，以提升學生的有效學習 (Azzolion, 1990; Borasi & Rose, 1989; Miller, 1991; 林姿飴、楊德清, 2005; 魏宗明, 1997)。

(3) 提供不同的評量方法以掌握學生不同面向的數學學習成效 (劉祥通, 1994)。

3. 在師生互動方面

(1) 促進師生間的對話，師生在寫作上的對話是確實針對學生學習需要所建立的個別化溝通模式 (Pugalee, 1998; 魏宗明, 1997)。

(2) 數學寫作能塑造和諧的班級氣氛 (Borasi & Rose, 1989; 魏宗明, 1997)。

綜合以上，數學寫作能幫助學生學習數學及反思，學生學習到的數學知識不再是片段式的，而是數學概念間彼此互相連結的，且是持續修正、精進的，這在學生應用數學能力解決問題中是很重要的，因為生活中的問題常是複雜的，需透過多個數學概念解決問題，而非像學生平時練習的題目，可能透過一至二個數學概念即可解決的。並進而提升學生的數學能力與後設認知，並能有機會表達自己

的負面情緒與困難，因此學生對數學的學習態度較積極，且降低學生的數學焦慮；教師透過數學寫作能即時進行教學診斷，以改善或調整教師教學內容或方法，並能掌握學生在數學領域的認知、技能、情意上的學習成效；師生間利用數學寫作能建立個別化的溝通橋樑，進而塑造良好且正向的班級氣氛。

（三）數學寫作的類型

學生透過數學寫作主要表達、溝通與分享個人在數學領域上的學習及思考，因此不同於語文領域上的寫作，數學寫作不強調詞藻華麗，不強調使用優美句子。數學寫作方式較不受限，因此形式多元、內容涵蓋廣泛，所以教學者可以依教學目標、教學環境、教學時間與學生的特質選擇合適的數學寫作方式。以下將國內、外學者提出的寫作分類方式與形式作說明：

1.依寫作的時間長短區分

（1）長期寫作（long-term writing technique）：寫作上需維持一段時間，長期寫作可分為三步驟，首先是預寫或計畫（prewriting or planning），寫作者需在個人的認知系統中針對寫作主題找出適用的資訊，並加以評估、選擇；接著進行寫作或組織（writing or composition），寫作者將所選擇的資訊清楚的表達出來，並開始進入寫作程序中；最後是校訂或重寫（revision or rewriting），檢視個人的思考歷程並予以修正。此寫作形式包含了數學叢書或數學家的讀書報告、數學史、寫信告知朋友對數學的感受等（Kenyon, 1989）。

（2）短期寫作（short-term writing technique）：寫作形式包含了解釋性寫作，學生可以以自問自答方式釐清數學相關概念；文字題，學生自行創作文字題或將不懂的文字題寫下，然後藉著分享、討論、找關鍵字以理解數學概念；進入新的數學概念時，可利用摘錄重點的寫作方式讓學生組織訊息；透過擬題的寫作方式提供學生設計題目的機會；亦可用筆記方式記錄上課內容或做省思；日誌寫作內容不受限，可以是學習內容、疑問、感受等（Kenyon, 1989）。

2.依寫作的用途區分

（1）執行性寫作（transactional writing）：藉由語言或文字向他人清楚地陳述個人的想法，因此寫作內容有目的、具結構性，其寫作形式有摘要、筆記、報告、論文等（Rose, 1989）。

(2) 表達性寫作 (express writing)：學生在寫作過程中同時放聲思考，記錄下個人對問題的想法或學習上的反思，使閱讀者能透過寫作了解學生的想法 (Rose, 1989)。

3. 適用於班級教學的數學寫作

(1) 解釋性寫作 (explanatory writing)：使學生回顧數學概念並將習得的數學知識組織以說明數學概念或解決問題，因此沒有固定的標準答案，回答較具開放性，而不同程度的學生在回答上也有差異，教師可透過此寫作了解學生的認知層次、數學概念的理解與應用能力。學生透過文字、算則與圖將解題的想法一一呈現出來時，教師可了解學生的算式及想法，便能確實掌握學生在解題時的邏輯與運用的數學概念 (McIntosh, 1991; 劉祥通、黃國勳, 2005)。

(2) 偵錯式寫作 (probing writing)：培養學生能判斷答案是否合理的能力，並從題目的解題過程中找出錯誤的部分，並說明理由，再校正錯誤或提出其他解法。藉此寫作能釐清學生的數學概念，而且從說明理由、校正錯誤與提出其他解法中擴展其數學的知識與能力。

(3) 編擬文字題寫作 (generating story problems)：學生根據抽象的數學式子自行擬定題目，進而解題、討論、練習與校正，使學生能對抽象的式子更具體化。學生透過編擬文字題能理解數學符號所代表的意義，並將學生的生活經驗與數學概念結合呈現，亦可增進學生構思數學問題的能力 (McIntosh, 1991; 劉祥通、黃國勳, 2005)。

(4) 總結式的寫作 (summarizing writing)：學生在教學活動後，將學習所獲得的知識、意義做陳述、分析及組織，並進一步反思所習得的知識，有助於學生產出抽象的數學概念，並藉此發展學生的後設認知能力 (劉祥通、黃國勳, 2005)。

(5) 數學日誌 (journals)：學生記錄下教師所提的問題與重點，及個人的疑惑與感受，能抒發對於學習時的負面情緒或給予教師教學上的正面回饋 (McIntosh, 1991)。

數學寫作的類型繁多，不同的寫作方式培養不同的能力，亦提供教師在學生學習上不同的資訊，所以教師應依教學需要與學生特質選擇適切的寫作方式。

本研究欲探討在學習資源較缺乏的臺東縣國小學生運用透過數學寫作在數

學領域的學習成效如何？學生在不同數學寫作上的問題與困難為何？另外，透過數學寫作了解學生如何建構起屬於個人的數學知識？因此，本研究採適用於班級教學的數學寫作方式進行探究。利用解釋性寫作可以知道學生是否清楚數學概念，亦可知道學生的迷思概念，從學生的迷思概念中可以設計偵錯式寫作，從找錯的過程中釐清自己的數學概念，再藉由編擬文字題寫作使學生將算是與生活情境作連結，最後在利用總結性寫作提供學生在教學結束後做學習上的反思，以獲得完整的數學概念，另外在上述四種寫作中包含以數學日誌呈現的佈題，以了解學生在學習時感受，透過數學寫作能使教師更清楚掌握學生在數學學習領域的認知、技能與情意上之表現。

二、數學寫作的理論基礎

美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics, 簡稱 NCTM) (1989) 在「Curriculum and evaluation standards for school mathematics」(數學課程與評鑑標準)一書中指出數學是解題、溝通、推理。九年一貫數學領域的課程綱要中也將推論能力、溝通能力與解題方法列為數學教學的總體目標。即將於108學年度上路的十二年國教,在其數學領域的課程目標中,亦將培養學生推論、溝通及數學表述的能力,以及培養數學思考問題、分析問題和解決問題的能力。因此運用數學寫作於教學中所依據的理論基礎應能支持數學課程所欲達到的目標,以下根據劉祥通(1997)提出的數學理論基礎說明數學寫作與數學學習的關係。

(一) 寫作歷程與解題歷程彼此呼應

認知心理學視學生為一個主動的訊息加工者,因此學生在執行任務時應該知道什麼?要做什麼?怎麼做?需透過任務分析後才能清楚,而過程分析即直觀的呈現認知操作時所需的知識與過程(彭聃齡、張必隱,2000)。

Flower 與 Hayers (1981, 引自彭聃齡、張必隱,2000) 將分析課室中的寫作任務為過程分析的例子,並提出由任務環境、寫作歷程、寫作者的長期記憶,三者所組成的寫作模型。而其中寫作歷程是由計畫(planning)、轉換(translating)、回顧(reviewing)在寫作中交替進行的。

1.計畫：計畫寫作時須先確立目標（goal setting），接著自長期記憶中檢索相關訊息以產生想法（gennrating），將可用的訊息加以組織（organizing），以構成計畫的藍圖。

2.轉換：將寫作者的想法轉為文字、符號表達的過程。

3.回顧：寫作者自我評價寫作的內容是否符合原先確立的目標以進行修正。

此外，寫作者須隨時監控寫作歷程，以了解寫作任務的完成情形，並決定寫作者在寫作歷程中的位置。

而 Polya 最早有系統的提出解題策略，並將解題歷程分為：

1.瞭解題意（understanding the problem）：從問題中確認已知條件與未知，還有待回答的問題。

2.訂定計畫（devising a plan）：解題者找出問題中各項目間的關係後初步擬定的解題策略。

3.執行計畫（implementing a plan）：依解題計畫執行尋求答案的過程。

4.回顧檢驗（verifying the solution）：解題者驗算得到的解答並檢驗論證過程。（引自張春興，1991）。

透過表 1 比較 Flower 與 Hayers 的寫作歷程與 Polya 的解題歷程，可見其思考模式是對互符應（corrspodence），因此寫作對數學的解題活動是極富價值的教學與學習工具。

表 1 Flower 與 Hayers 的寫作歷程與 Polya 的解題歷程對照表

Flower 與 Hayers 寫作歷程		Polya 解題歷程	
步驟一	計畫	階段一	瞭解題意
		階段二	訂定計畫
步驟二	轉換	階段三	執行計畫
步驟三	回顧	階段四	回顧檢驗

資料來源：引自邱熾滋，2016。

（二）寫作能連結不同表徵

表徵在認知心理學中視為記載或表達信息的方式，即表徵能代表某件事物傳

遞某種信息，而表徵的形式可以是具體物、圖表、符號、文字或心理的表徵等。表徵在認知心理學中為知識以及用來組織知識的，因此，學生能理解表徵所代表的意義，即顯示學生能理解表徵所代表的數學知識與所表達的生活情境，且前述之表徵也在學生理解下產生屬於自己代表此數學知識的表徵。

Emig 認為第一階（first order）的思考過程語言是圖形表徵，第二階（second order）的思考過程語言是寫作表徵，所以寫作能提供學生經驗較高階的思考過程語言（引自劉祥通，1997）。Resnick 與 Ford（1981）表示寫作活動包含三種表徵：動作的（enactive）、符號的（symbolic）、影像的（iconic），學生構思寫作計畫並用手執行寫出，最後檢驗自己寫作的內容與思考過程，即是藉由此三種表徵予以表現（引自劉祥通，1997）。學習數學時能透過適切的理解問題和解決問題的表徵，將有助於學生學習，且能在不同表徵間密切的切換表示對其數學概念已理解。

Bell 與 Bell（1985）指出溝通可藉由口述與寫作，然而口述較為隨興亦無法回顧，但寫作卻需要經過編碼（encoding）的過程，因此能促使學生學習並思考。Shannon 的訊息處理論中指出訊息需經過選擇注意後進入短期記憶，而短期記憶中的訊息需經過編碼始能進入長期記憶，訊息經過編碼後能有利於日後檢索，即編碼進入長期記憶的訊息才能讓學生隨時應用。

透過寫作能連結不同表徵表示其數學概念與想法，顯示其已能理解並應用，而透過表徵編碼進入長期記憶的數學也有利於學生日後檢索。

（三）寫作能建構知識

隨著時代轉變，AI（Artificial Intelligence）人工智慧已逐漸取代人類，而要避免學生們未來不被 AI 取代，機械式的計算題目已不是現在學生所需要的，重複性的練習會使學生思考受限而變僵化。主動學習並透過思考建構知識，才能將知識統整並精緻化。

建構主義認為個體知識的形成是透過個體與外界環境的互動，並先根據已有的知識認識外界環境，因此知識是個體主動學習的。建構取向教學認為教學應以學生為建構知識主體，所以學校應提供學生利於建構知識的環境以及適於建構知識的教材。Miller（1992）表示寫作是主動學習的過程，能促進學生數學概念及

解題程序上的了解，也在寫作中意識到自己想什麼？學了什麼？什麼是重要的？教師應以引導者的身分設計教學內容，思考應協助學生建構什麼數學知識。

Bruner 的發現學習論強調學生主動探索，教師應當教學生如何思維，在學習訊息中發現其中的原理原則使形成學習，學生根據自己的先前經驗與先備知識對學習情境進行直覺思維，主動尋找相關線索進行連結，並在尋找過程中不斷修正、調整，而獲致答案，每一次修正的認知歷程對學生的活饋是很有價值的有效學習（引自張春興，1996）。學生即是透過教師在數學寫作中的佈題進行主動思考，連結學生先前經驗對問題進行直覺思維，並再不斷修正、調整。數學寫作也是行動後尋找理由支持，能促使學生在其思考歷程中進行自我察覺、反思與主動建構其知識的機會。在寫作歷程中，學生不斷將訊息編碼、加工處理，訊息不斷地精緻化，進而產生新的知識結構，因此，透過寫作能學生能主動建構其知識結構。

（四）寫作助於發展後設認知能力

後設認知能力是指對自己認知歷程上的認知能力，例如能自己掌握、監控、調整自己的學習、自己能評估自己的學習、自己能發現自己學習困難的地方能改變學習策略或速度（張春興，1996）。寫作能使學生陳述想法、分析訊息，而具省思的數學問題有助於後設認知能力的發展。數學寫作不單單是要學生算出答案，而是要學生將整個思考歷程在紙上放聲思考，讓整個思考歷程透明化，因此學生能透過寫作內容清楚看到自己在想什麼？怎麼想？選擇什麼？哪裡錯了？教師透過數學寫作也能反思自己的教學成效，亦是有助於教師的後設認知能力。

已上述四點理論基礎，可知數學寫作融於教學活動中確能培養學生的解題能力、溝通能力、推理能力，以符合數學領域所欲學生具備的能力。

第二節 數學寫作應用在數學領域之學習成效

數學寫作對數學學習領域的功能前已述及，而國內外相關文獻亦多針對數學寫作對數學學習領域的功能做探究。因此，本節將數學寫作與數學學習、教師教學的實證研究分述如下。

一、數學寫作與數學學習

數學寫作不是教學的目的，而是教數學的方法（Azzolino, 1990），也就是說學生透過數學寫作學習能提升學習成效。有關數學寫作的相關文獻中，主要探究數學寫作對學生的學習成效、學習態度，與分析學生的寫作內容，以下將相關文獻結果分述如下。

（一）數學寫作與學生的數學學習成效

數學寫作確能提升學生的數學學習成效（呂守純，2007；陳文章，2010；郭室宜，2008；楊德清、姜淑珍，2008；蕭明芳，2016；Dougherty, 1996；Havens, 1989）。數學寫作能提升學生的認知能力（呂守純，2007）接受數學寫作融入數學教學的學生其學習成效顯著優於一般教學的學生（林冠汝，2011；陳文章，2010；鄭惠芬，2005）。數學寫作能協助學生真正的理解數學概念，而不是用技巧算數學（Havens, 1989；林冠汝，2011；洪宗賢，2011；胡湘采，2017；郭室宜，2008；曾千芬，2007；楊德清、姜淑珍，2008；蔡昀辰，2014；簡雅惠，2012）。學生透過自己的數學語言回應開放式佈題的數學寫作，建立學生在數學上強大的理解力（Dougherty, 1996）。

數學寫作能幫助認真上課的中程度學生學習更佳（呂守純，2007；蔡昀辰，2014；蕭明芳，2016）。寫作投入程度越高，學業成就進步越明顯（蕭明芳，2016）。曾玉庭（2018）亦指出中高程度學生透過數學寫作學習數學的進步幅度較大，低程度學生在短時間內透過數學寫作在數學領域的學習成效有限。魏宗明（1997）將學生分為一般寫作、分組寫作與一般教學，而僅發現分組寫作有利於中、高程度學生的解題能力。

然而，亦有研究指出數學寫作對學生的學習成效有不同結果。接受數學寫作融入數學教學的學生其學習成效無顯著優於一般教學的學生，但成績略有提升或追上接受一般教學的學生（郭室宜，2008；游群賀，2010；楊素禎，2013）。數學寫作活動對學生的算則理解力部分並無明顯相關（魏宗明，1997）。數學寫作實施一學年後，接受數學寫作教學的學生期成績才顯著優於接受一般教學的學生，實施一學期時，兩組學生成就表現尚無顯著差異（曾安如，2005）。

學生的數學表達能力透過數學寫作提升（Havens, 1989；姜淑珍、劉燕芬、楊德清，2005；紀詩蕙，2009；楊素禎，2013；蕭明芳，2016）。透過數學寫作

的討論活動，學生能有機會表達其想法，傾聽他人的想法，進而修正自己的想法，展現出學生的溝通能力、批判與思考（鄭惠芬，2005）。

透過數學寫作能提升學生的解題能力（洪宗賢，2011；黃千芳，2007；黃麗紅、溫嫩純、施皓耀，2008；蔡昀辰，2014）、認知表現能力（胡湘采，2017）。學生能主動在寫作中使用正確的數學語言與解題策略，並和教師分享解題能力的進步，寫作內容越來越完整、正確（洪宗賢，2011；黃麗紅、溫嫩純、施皓耀，2008）。學生透過數學寫作教學能促使學生運用其他有效的解題方法，以啟發學生多元的解題想法，以提升學生在解題及思考時的流暢度（姜淑珍、劉燕芬、楊德清，2005；曾千芬，2007）。學生透過寫作能在認知中經歷建構知識的過程，因此學生解題時，能有自己的解題策略（LeGere, 1991）。

學生在寫作後能運用後設認知，協助學生回顧並發展其反思能力，發展學習策略以幫助其學習，培養學生成為自主學習的學習者（LeGere, 1991；洪宗賢，2011；郭室宜，2008；許琬涵，2013；廖怡雯，2011）。但學生在解題歷程中的「監控執行」階段中，使用後設認知行為的頻率並無增加（洪宗賢，2011）。數學寫作迫使學生需要運用更高層次的技能，使學生思考他正在做什麼，清楚他正在學習什麼，培養學生批判性思維與發展其能力（LeGere, 1991）。數學寫作改善學生學習和解決問題的能力，數學寫作就像是學生個人在學習數學的歷史文獻，學生透過寫作能清楚知道自己是如何做數學？如何解決問題？如何思考？遇到那些困難？又是如何解決的？對於解決方法的評估又是如何？學生對自己在數學學習過程中的認識更多更了解，使學生能更有效的學習數學，多數學生肯定數學寫作能幫助學習，並主動透過數學寫作協助自己學習（Borasi & Rose, 1989）。學生可以透過數學寫作的紀錄來評估自己在數學領域的成長（Dougherty, 1996）。

學生透過寫作將數學概念與生活經驗連結，將學生的創造力呈現在自由創作寫作中，對於學生未來面對複雜問題時，學生能有足夠信心打破思考限制，發揮其創意解決問題（洪宗賢，2011）。數學寫作是能使學生有效學習數學的方法，學生用自己的話來重述概念和規則，但實則上是將數學知識內化，學生不再滿足於能運用符號來解題，而是能為符號創造了自己的意義，並以此表達其數學知識、

想法，連結其他數學概念，學生能更進一步對數學概念做探究，但並非大多數學生皆能有此體驗，僅有三分之一的學生經驗過數學寫作帶給他們上述的學習經驗，並肯定數學寫作的價值（Borasi & Rose, 1989）。透過精心設計的佈題促使學生將學習的數學內容整合（Dougherty, 1996）。

學生表示透過數學寫作能主動學習與思考，加強對數學概念的理解與應用，自我評估學習與思考歷程，多元化的題目可發揮學生創意並提升學生的學習興趣（郭室宜，2008；LeGere, 1991）。

據以上所述，數學寫作在大多數實證研究中確實能提升學生的數學學習成效，而中、高程度學生進步較明顯，低程度學生受限於研究時間較短，數學寫作在其學習表現上進步幅度較小，對數學寫作投越投入的學生越能提升其學習成效。數學寫作讓學生學習數學更貼近個人與生活，面對複雜化的生活情境問題，學生較能跳脫課本的框架，找出適切的策略解決問題。透過數學寫作學生能在個人的認知歷程中經歷建構知識的過程，然後透過賦予符號意義表達個人想法，傾聽其他同學的另有想法，修正個人觀點以釐清數學概念或運用更多有效的方法解決問題。數學寫作提供學生在數學領域上的學習紀錄，反思個人的學習歷程、解題歷程、知識建構歷程，了解自己學什麼、怎麼學，評估個人學習以期達到更有效的學習，促進學生在後設認知能力與批判性思維的培養，成為自主學習者。

（二）數學寫作與學生的數學學習態度

接受數學寫作融入數學教學的學生其在數學態度量表的得分顯著高於一般教學的學生（陳文章 2010；郭室宜，2008；鄭惠芬，2005）。其中數學態度量表中的學習過程項目的得分顯著提升（陳文章 2010；郭室宜，2008）。

亦有研究指出接受數學寫作教學的學生其在數學態度量表上的得分並無顯著高於接受一般教學的學生（曾安如，2005；楊素禎，2013），或將數學寫作融入合作學習的教學方法中，學生的數學學習態度前後測成績並未達顯著水準（吳錫銘，2012）。但觀察接受數學寫作活動的學生其數學態度量表的前測得分低於接受一般教學的學生，然而其後測卻發現高於接受一般教學的學生，且得分上是有進步的，因此數學寫作確實能對學生的數學態度有正向提升的功能，尤其在提高學生的探究動機與減少學生的學習焦慮部分，意即數學寫作對學生的學習態度

是有正向相關的（楊素禎，2013）。然而僅觀察接受數學寫作學生的前後測，其前後測得分無顯著差異，但後測得分確實高出前測許多（游群賀，2010；曾安如，2005），其顯示數學寫作確實對學生的數學學習態度有幫助，而其中在數學學習動機的前後測有顯著差異，數學自信與數學焦慮部分前後測雖無顯著差異，但比較前後測得分，仍可得知數學寫作對學生的數學自信與數學焦慮部分有幫助（游群賀，2010）。

數學寫作能讓學生很自在地表達他們對數學與對課程的感受，即使這些感受是負面的，學生也能意識到這些情緒如何影響他們的學習，並應如何採取措施去克服他們感知到的困難，這對學生的數學焦慮數學具有治療的價值（Borasi, & Rose）。

中、高成就學生透過數學寫作學習意願提升，但低成就學生則下降（曾安如，2005；楊素禎，2013；蕭明芳，2016）。數學寫作能帶給高程度學生成就感，給予中程度學生學習上的幫助，並讓學生喜歡上數學，協助低程度學生了解題意（蔡昀辰，2014）。亦有研究指出多數學生肯定數學寫作的功能，有意願持續參與數學寫作活動（Borasi & Rose, 1989；邱嫻滋，2016；胡湘采，2017；陳文章，2010；游群賀，2010；楊素禎，2013；鄭惠芬，2005）。

數學寫作能提升學生對數學領域的學習興趣（紀詩蕙，2009；陳文章 2010；郭室宜，2008）。實施數學寫作後期，中低程度學生已能參與課堂上的討論，高程度學生在同儕競爭下改變其學習態度（胡湘采，2017）。學生在學習過程中參與的更多（LeGere, 1991）。

學生喜歡透過數學寫作的方式來學習（游群賀，2010；簡雅惠，2012）。大部分學生喜歡數學寫作也喜歡數學寫作的討論（鄭惠芬，2005）。喜歡數學寫作、肯用心於數學寫作、贊成數學寫作有助於表達數學想法的學生約佔一半比例（郭室宜，2008），表示實施數學寫作中，仍有約一半比例的學生不喜歡數學寫作、不用心於數學寫作、對數學寫作有助於表達其數學想法持相反意見。多數學生認為數學寫作有助於提升數學成績（吳錫銘，2012；陳文章 2010；郭室宜，2008；曾安如，2005；游群賀，2010；魏宗明，1997）。且有一半比例的學生在實施數學寫作後比較喜歡數學（郭室宜，2008）。透過數學寫作學習數學能讓不同程度

的學生都有機會學習而成長，讓學生在學習上沒有壓力且樂於接受(呂守純，2007；林冠汝，2011；曾玉庭，2018)。學生一開始接觸數學寫作時較感到不安，但後期大多數學生皆主動積極於數學寫作上(Havens, 1989)。

家長對數學寫作普遍也表示贊成數學寫作有助於學習，支持運用數學寫作於教學中，提升數學難度對孩子學習上是有幫助，亦期望數學寫作能提升學生在數學領域的學習成效，研究後期，家長肯定孩子在數學上的成就進步，也意識到孩子喜歡數學了(鄭惠芬，2005)。

綜合以上文獻顯示，數學寫作能提升其數學態度，增加學生在學習數學的自信，提供學生一個自在、沒有壓力的平台表達學生的負面情緒以減低學生的數學焦慮，具有療癒的價值。學生肯定數學寫作確實對其學習上有幫助，提升數學興趣，數學課室中的參與度提高，學生透過數學寫作更認識數學也更喜歡數學，多數學生亦有意願持續數學寫作，唯低成就學生意願較低，數學寫作也獲得家長支持，並對數學寫作提升學生的學習成效有所期望。

(三) 學生的數學寫作內容分析

學生寫作內容多元且豐富，能運用不同表徵描述其想法(林冠汝，2011；邱嫻滋，2016；胡湘采，2017；曾玉庭，2018；鄭惠芬，2005)。學生經過數學寫作教學後，在數學寫作內容愈見完整與正確，表示其在思考上更具邏輯性與組織性(林冠汝，2011；邱嫻滋，2016；曾玉庭，2018)。學生的思考歷程各具獨特性(楊雅玉，2012)。

擬題寫作能幫助學生以敘述完整的句子表達(胡湘采，2017)，低年級學生在擬題寫作與解自己擬的題方面表現優異(朱龍美，2012)。需要透過數學算式進行逆向思考的擬題性寫作對三年級學生來說較具難度，因其在學習過程中未曾碰觸過(黃長雄，2012)。低年級學生不易分辨對錯，甚至容易將偵錯性寫作中的錯誤概念誤植為正確的數學概念(朱龍美，2012)。不同類型的數學寫作其提供學生學習上的幫助也相異(吳錫銘，2012)。

學生較喜歡的數學寫作方式為當日課程的重點摘要，容易寫又不用算數學(郭室宜，2008；曾安如，2005；楊素禎，2013)，也有學生較喜愛解釋性數學寫作，可以表達自己的想法或解讀同學的想法(紀詩蕙，2009)。較不喜歡的數

學寫作方式為偵錯，與需進行高層次思考的統整形寫作(郭室宜，2008；楊素禎，2013)。學生喜歡生活化、趣味化、有深度卻又簡單的數學寫作形式(鄭惠芬，2005)。透過具有反思性的寫作佈題能讓學生反思數學的本質，闡述學生對數學的看法(Borasi & Rose, 1989)。

高成就學生寫作內容傾向統整與歸納，顯示對學習的數學知識能有完整的心像圖；中程度學生寫作內容傾向於呈現自我的數學概念，而到後期寫作程度與高成就學生相仿，表達能力大幅提升；低成就學生寫作內容大多都是當日學習的回顧與複習，進步幅度較小，低成就學生缺少整體思考，小細節分析的能力(蕭明芳，2016)。邱嫻滋(2016)研究中顯示高程度學生能將數學知識自由轉譯，中程度學生能以仿作形式記錄，而低程度學生僅能作程序性紀錄。不同程度學生在數學寫作上的表現差異很大，高程度學生容易掌握題意，清楚說明其解題想法，中程度學生能透過數學表徵其想法，但文字敘述較不完整，部分低程度學生能透過數學寫作學習數學，成就較中、高程度學生大幅進步，然而也有部分低程度學生過去學習較低表現或理解較差，使其無法自數學寫作中提升其表達能力(紀詩蕙，2009)。學生在數學寫作中主要記錄學習教材的難易、解決問題的方法與學習上的曾犯過的錯誤進而反思，中、高程度學生記錄較豐富詳實，低程度學生較為簡單扼要紀錄(魏宗明，1997)。

不同程度學生透過寫作發現數學概念表現差異的原因：低程度學生對概念較無深層的了解、以往較少接觸開放性問題、高程度學生適時用舉例說明解釋想法(簡雅惠，2012)。中、低程度學生認為透過數學日記與教師溝通，表達學習心情與問題，有助於數學學習；高程度學生喜歡透過數學日記展現其數學能力與數學語言的使用(陳文章，2010)。

綜合分析學生數學學寫作內容的實證研究，學生的數學寫作透過不同表徵表達呈現多元且豐富的内容，顯見學生在數學領域學習上思考各具獨特性，寫作內容也漸趨完整、正確，顯見學生的思維漸具邏輯性與組織性，而不同類型的數學寫作方式或佈題應評估學生能力、教學目的、教學內容等融入教學中。不同程度學生在數學寫作表現上亦不同，高程度學生能整合數學概念建立完整的心像圖，能掌握題意並清楚表達，在不同表徵中能自由轉譯，顯見其確實了解數學概念，

高程度學生喜歡透過數學寫作展現其數學能力；中程度學生透過數學寫作進步幅度最大，寫作內容多呈現自我的數學概念或是以仿作形式呈現，能表達其想法但敘述較不完整，然而到後期中程度學生已能與高程度學生相仿；低程度學生對數學概念較無深層理解，其寫作紀錄多呈現當日課程內容，或是對解題作程序性紀錄，語句敘述上教簡單扼要，然而也有部分低成就學生透過數學寫作大幅提升其數學成就，尤其在表達能力上，因此，教師透過數學寫作了解低成就學生理解上的困難，協助對數學概念更深層的理解，使其在學習上能有大幅進步。

數學寫作確實利於學生在數學學習領域上的成效，提高學生數學自信與興趣，降低對數學的焦慮，開放性回應讓學生更勇於嘗試可能，縝密思考以求合理答案，在不斷思考再思考中，培養學生的後設認知與批判性思維，以修正、釐清並結合片段的數學知識以凝聚一個活躍、有力的個人數學知識庫，面對生活問題能靈活運用其數學知識解決。

二、數學寫作與教師的數學領域教學

NCTM (1989) 將數學視為溝通，而其中寫作是一種特別有用的溝通方式，它讓不擅於在公開場合說話的學生有一個平台表達。因此，寫作讓每位學生都能有機會表達、學習，即使文字表達上較不順暢的學生也能用其他表徵進行溝通，教師能獲得每位學生在學習數學上的訊息。而相關實證研究也探討這些訊息對教師教學上的影響。

數學寫作能幫助教師了解學生數學概念的理解程度，透過寫作內容了解學生的想法，觀察學生的學習狀態更敏銳，並診斷出學生學習上的迷思概念進而釐清，同時也反思個人教學時應如何調整以利學生學習，教學上能更聚焦，教師也更能掌握學生在學習時容易形成的迷思概念，強化教師數學學科的教學知識，使教師在教學時能讓學生對數學概念更清楚了解，數學寫作是教師在教學上的診斷工具，也是師生間的溝通橋樑（呂守純，2007；林冠汝，2011；邱熾滋，2016；洪宗賢，2011；姜淑珍、劉燕芬、楊德清，2005；許琬涵，2013；黃千芳，2007；曾玉庭，2018；曾安如，2005；黃啟晉，2017；游群賀，2010；廖怡雯，2011；鄭惠芬，2005；Borasi & Rose, 1989; Dougherty, 1996）。運用不同的數學寫作或佈題能幫助教師了解不同程度或背景的學生的數學學習成效（朱龍美，2012；呂守純，2007；

曾千芬，2007；黃長雄，2012；楊素禎，2013；楊雅玉，2012；廖怡雯，2011；蔡昀辰，2014；簡雅惠，2012；蕭明芳，2016；魏宗明，1997；Dougherty, 1996）。教師藉由數學寫作更了解學生的需求，以提供學生個人化的適性教學（Borasi & Rose, 1989）。

學生的數學寫作內容中呈現學生對數學概念的理解、解題能力、推理能力、溝通能力，還有對數學的感受，能讓教師對學生在數學學習領域上的表現有更全面性的認識（胡湘采，2017；LeGrer, 1991）。

教師長期使用數學寫作於教學中，能累積學生在學習上常見的問題與困難，並能意識大多數學生的數學信念與教師不同，更能從學生的觀點來設計教學，師生透過寫作進行即時對話，教師能迅速察覺學生的問題給予回饋，學生的學習問題能即刻得到解決，教學時間也不受影響（Borasi & Rose, 1989）。

教師透過學生在數學寫作上的紀錄以掌握學生的學習概況，提供促進學生思考的佈題，以提升學生的數學能力（鄔瑞香，1997）。教師不再執著於怎麼說清楚講明白數學概念，而是思考應給予學生什麼學習任務，以引起學生更高層次的思考，同時也要能讓不同程度的學生都能參與（LeGrer, 1991）。

教師從學生在數學寫作上的回饋，發現學生在學習上的改變，給予教學者在教學上不斷改進的動力（吳錫銘，2012；許琬菡，2013）。數學寫作提供學生一個愉快學習的教室，師生相處融洽，學生的想法獲得教師的尊重，學生對教師更加信任與尊敬，進而提升學生對課堂活動的參與度，學生積極的學習態度亦帶給教師在教學上的能量，師生互相尊重、互相信賴、互相鼓勵下，班級氣氛更正向積極與融洽（Borasi & Rose, 1989）。

教師藉由學生的數學寫作內容可以得到學生與課程上豐富的資訊，提供教師教學改進的參考，以提高教師的教學品質。師生透過寫作作為溝通的橋樑，了解個別學生在學習上的需求，以提供個人的適性化教學，進而提升學生的學習成效，創造一個支持性的班級學習氣氛，提高學生學習動機，並勇於嘗試，同時也給予教師持續改進教學的動力。

三、小結

整理國內與數學寫作於國中小實施之相關文獻，研究對象為新北市共 3 篇，

其中二、三、六年級各 1 篇；桃園市共 3 篇，其中四、五、六各 1 篇；臺中市共 6 篇，其中二年級 2 篇、五年級 1 篇、六年級 3 篇；中部國中八年級共 2 篇；臺南市共 3 篇，其中二、四、五各 1 篇；雲林縣共 3 篇，其中三、六、七年級各 1 篇；嘉義縣 2 篇，其中五、六年級各 1 篇；高雄市、苗栗縣、南投縣各 1 篇，研究對象分別為六年級、四年級、三年級。尚無對東部地區的國中小學生實施數學寫作的相關研究。

數學寫作類型多以數學日記，或以劉祥通、黃國勳（2005）提出四種適用於課室教學的闡述性寫作、擬題性寫作、偵錯性寫作及總結式寫作為主，亦有教師自編數學回憶單等形式，近期也有配合資訊科技以線上式數學寫作為探究，可見數學寫作方式能以多元形式呈現。

數學寫作在大多數研究中皆證實對學生的學習成效確實能提升，透過寫作產出個人化想法的過程，迫使學生再次認識數學概念、再次釐清數學概念、再次檢視個人的思考歷程，學生不斷在思考中精緻化、整體化以建構個人的知識庫，並以寫作內容與教師、同學，或是家人進行溝通，鑑賞他人的另有想法，調整個人的數學概念，使學生的個人化知識庫也能在與他人溝通中形成共識。

學生將學習的知識透過數學寫作與生活情境作連結，數學不再是那麼遙不可及、艱澀難懂，也不再只是訓練一個計算能力很強的學生，而是讓學生多嘗試、多思考，允許學生在學習中犯錯的環境，使得學生學習意願與動機提升，對個人數學有信心，肯定數學寫作對其在學習上的幫助。

透過數學寫作使教師在教學上也受益匪淺，學生的寫作紀錄皆是給予教師改進教學的回饋，同時掌握學生的學習狀況，透過寫作的溝通互動創造氣氛融洽的班級，友善的學習環境使得師生在教與學當中更自在，而其中將數學寫作融入教學中，教師應避免可能發生的困境，適時給予學生鼓勵、肯定及耐心，否則影響師生對數學寫作的印象，進而影響學生在數學學習領域的學習。

第三節 臺東縣國小學生數學領域學習之現況

在過去文獻中透過多元角度探討臺東縣國小學生數學學習成就的相關因素，

巫有鎰（1997）透過比較臺北市與臺東縣國小學生的學業成就，探討影響學業成就的因素；楊肅棟（1997）探究臺東縣兩所國小的三至六年級原、漢學生的「非語文智力」及「父母親受教育年數」對學生的國、數成就影響；林承德（2003）透過「數學態度量表」與「數學焦慮量表」以了解臺東縣國小四年級學生數學態度與數學焦慮，並與學生在校的數學成績 T 分數做分析，探討數學態度與數學焦慮對數學成績的相關情形與預測作用；李鴻章（2006）透過 2003 年的「臺東縣教育長期追蹤資料庫：國中小學生學習狀況與國中小學生學習狀況與心理健康追蹤調查」分析影響臺東縣原、漢族群學生數學學業成就的相關因素；吳昭毅（2006）分析臺東縣國小高年級原、漢學生在數字感表現的情形及差異；黃立源（2008）將「臺東縣 96 年學力檢測」結果配合族別、性別、外籍配偶、地區進行分析，以了解臺東縣國民中小學生學力；游玄光（2009）透過 2005 年至 2007 年臺東縣學力檢測資料分析學生的學業表現與背景變項、越區就讀間的關係；李鴻章（2010）探究臺東縣中小學學生在數學學業成績的馬太效應，透過以上探討臺東縣國小學生數學學習成就的相關因素文獻，可將這些因素分為個人、家庭背景、學校這三大因素，以下就相關研究結論說明臺東縣國小學生數學學習之現況。

一、臺東縣國小學生數學學習之個人因素

文獻中探究學生數學學習之個人因素，主要以數學態度、數學焦慮、重要他人數學態度、學習適應、學生教育抱負較重要，以下茲就對上述個人因素數學學習的相關做說明。

（一）數學態度

臺東非市區學童較市區學童具有正向的數學態度；女生較男生具有正向的數學態度，且女生並不認為男生具有較好的數學天分；數學態度越積極，則數學成就有較佳的表現，且數學態度對數學成就有顯著的預測作用（林承德，2003）。

高年級學生的人格特質佳時，表示其較樂觀、友善、自律，愈能強化其學習態度，也能得到較佳的學習成效（張源豐，2009）。參加數學補習的學生其

成績大多維持穩定或進步，並能提升其對數學的自信，數學學習興趣亦提高，數學態度顯示較積極（黃雪萍，2002）。成功的學習經驗能使學生建立正向與主動的學習態度，使其對學習有強烈的動機與信心（譚志遠，1998）

（二）數學焦慮

臺東市區學童較非市區學童具有較高的數學焦慮，且市區學童較非市區學童厭惡數學；而女生較男生在數學上有擔憂的傾向；數學焦慮越高，在數學成就上表現較差，且數學焦慮對數學成就有顯著的預測作用（林承德，2003）。未參加補習的學生其數學焦慮較高，但參加補習的學生仍有部分的數學焦慮較高，也就是說數學焦慮無法完全改善學生的數學焦慮情形（黃雪萍，2002）。

（三）重要他人數學態度

文獻中指的重要他人為父母親及教師，而臺東非市區學童較市區學童主觀認為重要他人在數學態度上有較積極的表現，其中又以母親及教師的數學態度較積極（林承德，2003）。原住民父母的教育期望顯著低於漢人父母，而其對學業的因果關係為，父母對子女的教育期望越高，學生的學業成就越好（楊肅棟，1999）。然而原住民學生知覺父母對其的教育期望與原住民父母對學生的教育期望也深深關係著學生的學業成就（李鴻章，2007）。父母與子女間的控制型互動、關懷性互動及父母對子女的教育期望有助於提升學生的學業成績（林清標，1998）。

臺東縣國小四年級學童在數學態度上還算積極，數學焦慮較低，然而其中數學態度、重要他人數學態度皆與數學焦慮達顯著負相關，數學態度與重要他人數學態度達顯著正相關，意即數學態度、數學焦慮、重要他人數學態度三者均會互相影響（林承德，2003）。然而數學態度與數學焦慮均對數學成就有顯著的預測作用，也就是說重要他人數學態度可透過數學態度與數學焦慮間接影響數學成就，父母對子女課業上的關注可影響學生對其學業上的學習態度。

（四）學生教育抱負

社會資本中，父母對子女的關懷型互動、父母對子女的教育期望越高，學

生對個人的教育抱負較高，即學生對自己的成績抱負與學歷抱負較高，學生教育抱負越高，越有助於提高數學成績（巫有鎰，1997、李鴻章，2006）。而楊肅棟（1999）指出學生的教育抱負與學業也是互相影響，學生教育抱負高使得成績佳，成績佳亦使得學生教育抱負高，另外也指出學業差會導致學生抽菸、喝酒、吃檳榔的負面文化行為增多。

因此，對臺東縣國小學童而言，在個人因素部分的數學態度、數學焦慮、重要他人數學態度及學生教育抱負皆對數學學習有相關，因此提升學生的學習成效可藉由培養學生正向的數學態度、建立數學信心、減少數學焦慮、使學生感受教師對其學習有高度期望而提高學生對自己的教育抱負，進而提升其學習成效，抑或提升其學習成效進而影響其他個人因素部分，同時減少學生的負面文化行為。

二、臺東縣國小學生數學學習之家庭背景因素

有關臺東縣國小學生數學學習之家庭背景因素，以探討原住民與學生學業成就的文獻最多，但單就探討臺東縣原住民學生與數學學習成就關係文的獻卻很少，其它以則以性別、家庭社經地位、外籍配偶、地區探究與數學學習的關係，以下就此五項家庭背景因素對學生數學學習的情形做說明。

（一）族群

1.原住民

臺東縣原住民已占臺東縣總人口的 36%（臺東縣政府縣政統計資訊網，2018），然而原住民在文化、價值觀上與非原住民有所不同。因此相關研究探討臺東縣原、漢族群在數學學習表現上的差異及原因。

同校的原漢學生人數比例，以偏遠地區學校的原住民學生比例為高，都市化越高的地區其原住民學生比例越偏低（林清標，1998；楊肅棟，1999）

非原住民學生的數學成績明顯高於原住民，且較其它學科為顯著（巫有鎰，1997；巫有鎰，2007；李鴻章，2006、2010；林清標，1998；黃立源，2008；陳順利，2001；游玄光，2009；楊肅棟；1997、1999），原住民學生的間的數學成

績變異也較非原住民學生大（楊肅棟，1999）。漢族學生在數字感的表現也優於原住民（吳昭毅，2006）。原住民學生在數學學習上沒有較高機會從低成就地位提升至一般成就或較高成就（李鴻章，2010）。

然而楊肅棟（1997）透過較無文化偏差的瑞文氏非文字推理測驗做為測驗臺東縣國小學生的非語文智力時，發現臺東縣原住民學生與漢人學生在非語文智力上並無顯著差異，也就是說智力並非造成原住民數學成績低於漢人的原因，而有效預測臺東縣國小學生的數學成績高低以族別（原、漢）及智力最為顯著，其中族別因素（原、漢）影響較智力大。造成原、漢成績差異的原因為原住民居住地處偏遠、家庭社經地位低、不完整的家庭結構與子女數多，對學生的學業成就帶來負面的影響（巫有鎰，2007；林清標，1998；楊肅棟 1999）。而原住民家長對子女教育期望較低、不良的師生關係與較多的負面文化皆對原住民學生的學業成就有負面影響（巫有鎰，2007）

李鴻章（2006）利用 2003 年「臺東縣教育長期追蹤資料庫：國中小學生學習狀況與心理健康追蹤調查」探究背景與環境因素對臺東縣原、漢學生在數學學業成就的影響，在背景因素中看見原住民學生的父母親教育年數較漢人學生的父母少；原住民學生的父親無業者較漢人學生的父親高出許多；漢人學生的家庭受入高出原住民學生的家庭許多；原住民族的不完整家庭亦高出漢人許多。而再仔細探究背景因素與中介變項對原住民學生在數學學業成就上的差異，可得知臺東市中心小學的數學學業成就顯著高於臺東縣其他各地的小學；原住民男學生成績表現比女生差；家中擁有較多課外讀物、愈有參加音樂性社團、家中主要溝通語言為國語則對數學學業成就有正向影響；而母親教育程度、家庭收入及家庭結構愈完整對原住民學生的數學學業成就有正向幫助。

家庭收入越高的原住民學生家庭，則學生從事流行文化的頻率越高越不易造成不良的師生關係、父母教導子女使用電腦越高、父母期望學歷越高、學生擁有課外讀物量也越高，並進而影響學生的數學學業成就（李鴻章，2006）。

黃立源（1998）訪談教師及學生，造成原住民學生學力表現較非原住民學生不佳的原因主要有家庭教養、文化因素、學生個人因素，其中多數教師一致認為家庭因素對原住民學生的學力表現影響很大，而將相同家庭條件下的原住民與非

原住民相較，教師則有不同看法。

譚志遠（2007）分析臺東縣兩名數學學習成就優良的原住民學生，探究他們喜歡數學及數學學習成就優良的原因，除了強烈的學習動機外，良好的家庭支持系統亦是主因，母親從小即自己指導孩子學習，重視學生的幼兒教育，而家長雖然教育程度不高，但能陪伴孩子寫作業，盡力提供孩子良好的學習環境，與孩子建立融洽的親子關係。王子尹（2013）觀察臺東縣延平鄉布農族的在地文化、家庭教育對學生的學業影響，發現此村落的家長期待子女在其學習上有更佳表現，參與學校活動的意願高，但在指導子女學業上較無方法，多仰賴教師，然而家長多從事務農或勞動性質高的工作，忙於生計使得對子女的教育上協助就相對減少，但可透過父母雙方的協助或錯開工作時間以減少對子女學業上的影響。李鴻章（2007）發現不同族群的原住民學生知覺父親對其的教育期望顯著不同，其中排灣族學生顯著高於阿美族學生，越高年級的原住民學生越能正確知覺父母對他們的教育期望，但可惜的是越高年級的原住民學生知覺父母對其的教育期望也越往下降，而父母對越高年級原住民學生的教育期望也確實越往下降。

臺東縣原住民學生在智力表現上並不比漢人學生差，然而在數學學業成就上卻明顯低於非原住民學生。巫有鎰（1997）在控制了社經地位及相關的中介變項後，山地鄉小學生數學成績反而高於臺北市。顯見有關臺東縣原住民學生的數學學業成就因素，主要來自於不利的背景因素，而這些不利的背景因素以學校所在地、家庭結構及社經地位的因素關係最大，其中家庭社經地位關係著家庭收入，並間接關係臺東縣國小原住民學生的數學學習成就，然而提升原住民學生的學習動機，家長重視孩子的教育，那麼原住民學生的學業成就仍有機會逆轉不利的背景因素對學生學習的負面相關。

2.外籍配偶

外籍配偶子女在學生中屬弱勢族群，比較外籍配偶子女與非外籍配偶子女的數學成績，其數學分數不相上下（黃立源，2008；游玄光，2009）。

黃立源（2008）探究臺東縣國小外籍配偶子女在數學學習表現上並不符合大多數文獻所指屬於低成就者，可能原因為臺東縣的弱勢學生（原住民、低收入戶、家庭結構不完整）的比例偏高，學力表現上也較其他縣市低，因此外籍配偶子女

在臺東縣的弱勢條件與其他弱勢學生相較就不明顯，在數學學習及學習自信上就有較佳表現。

（二）性別

臺東縣國小女生的數學成績高於男生，但並不顯著（巫有鎰，1997；李鴻章，2006；黃立源，2008；游玄光，2009）。楊肅棟（1999）在其研究中可看到女性成績是顯著高於男性。然而在李鴻章（2010）分析「臺東縣 2003 年國中小基本能力測驗」時，也有發現國小六年級男生的數學成績略高於女生。高年級男、女生在數字感的表現一致（吳昭毅，2006）。陳建志（1998）將原、漢學生分開比較，發現漢族的男、女學生在學業成就上並無太大差別，但原住民女學生卻遠高於男學生。

男性參加才藝教室的機會低於女性（巫有鎰，1997）。漢人男學生擁有課外讀物量較女學生多、原住民的父母對女學生的教育期望較男學生高（李鴻章，2006）。有參加才藝教室、擁有課外讀物量越多、父母對子女的教育期望越高對數學成績有正面相關。

女學生喜愛本土流行歌曲的程度高於男學生（巫有鎰，1997）。男學生從事負面文化頻率多於女生、男學生較女學生容易發生師生相處不良的情形、漢人男學生擁有自己書房較女學生多（李鴻章，2006）。喜愛本土流行歌曲程度越高、從事負面文化越多、師生相處不良情形越多、擁有自己的書房則會對數學成績有負面相關。

臺東縣國小女學生的數學學習成就在相關研究中大多是高於男學生的，而其中對數學學習成就有負面因素，男學生大多較女學生顯著。

（三）家庭社經地位

家庭社經地位包含父、母親受教育的年數、父親職業及家庭收入。而臺東縣國小學生的家庭社經地位較臺北市低，但東師附小（現稱臺東大學附設實驗國民小學）的家庭社經地位又比臺北市略高，臺東縣國小學生的原住民家庭社經地位又比漢人低（巫有鎰，1997）。

家庭社經地位越高，學業上有較高的成就（巫有鎰，1997；李鴻章，2006；林清標，1998；楊肅棟，1999），低收入戶數學成績顯著低於非低收入戶（黃立

源,2008)。家庭社經地位對臺東縣地區間的數學學業成就差異有很大的解釋力，也就是說地區間的數學成績差異可歸因於地區間的社經地位不同，其中父親的受教育年數與父親的職業影響較為顯著（巫有鎰，1997）。陳建志（1998）發現父母親的教育程度會影響漢族學生的學業成績，而父親的職業則是影響原住民學生的學業成績。

家庭社經地位越高，參加才藝教室的機會越多，則學業成就越高；家庭社經地位越高，父母對子女的教育期望越高，則學業成就越高；家庭社經地位越高，擁有書桌的機會越高，則學業成就越高（巫有鎰，1997）。然而，控制中介變項後，家庭社經地位對數學學業成就就不具影響力，因此，家庭社經地位是透過中介變項進而影響數學學業成就（巫有鎰，1997；李鴻章，2006）。而在楊肅棟（1999）指出學生成績佳則補習項目越多的因果關係，而非補習多使的成績好。

家庭社經背景較低則更容易出現在數學低成就組，而數學高成就組的學生會受到家庭社經背景與居住地的影響落入一般或低成就組，低成就組學生提高其成就的原因亦也有受家庭社經背景的影響，但影響並不大，然而不同社經背景與族群的學生在國民教育階段並不一定會因為較不佳的出生背景，其數學學習成就隨時間累積而越低於同學（李鴻章，2010）。

家庭社經地位皆影響漢人學生及原住民學生在數學學業成就上的表現，而母親教育程度較低對數學學業成就會有不利的影響，父母對子女抱有較高的教育期望對學生的數學學業成就有正向的影響。家庭收入對原、漢學生的影響不同：家庭收入對漢人學生的數學成績影響並不顯著，但擁有書房卻會對漢人學生的數學成就有不利的影響；而家庭收入會透過中介變項影響原住民學生的數學成就（李鴻章，2006）。

家庭社經地位越高，臺東縣國小學生的數學也會有較高成就，然而在控制中介變項後會發現家庭社經地位的影響消失了，顯見家庭社經地位是透過中介變項：文化資本、財務資本、社會資本等影響學生的數學學習成就；而低成就的學生也有機會不受限於低社經背景提升其數學學習成就，學業佳則有機會取得更多資源使其能更上一層樓。

（四）地區

「原住民地區」是指原住民族傳統居住，具有原住民族歷史淵源及文化特色之地區。依規定核定臺東縣 5 個山地鄉、10 個平地原住民鄉，意即臺東縣 16 個鄉鎮就有 15 個鄉鎮為原住民地區（見表 6）。

而「偏遠地區」的定義：人口密度低於全國平均人口密度五分之一之鄉鎮市；或距離直轄市、縣市政府所在地七點五公里以上之離島或其他符合主管機關公告標準之偏遠地區。107 年臺東縣 16 個鄉鎮市有 14 個鄉鎮列入偏遠地區，其中有 13 個鄉鎮市同時屬於原住民地區及偏遠地區，且臺東縣中無一般鄉鎮（原住民族委員會，2002、國家通訊傳播委員會，2018）。

巫有鎰（1997）研究中指出臺北市國小學生數學成績高於臺東縣國小學生，且臺東縣國小學生的數學標準差比臺北市大許多，顯見臺東縣國小學生的數學成績除了分數較臺北市低以外，數學學業成就也有較大的變異；再將臺東縣依都市化程度由高至低分為東師附小、臺東市其他國小、關山池上、其他非山地鄉鎮（卑南鄉、太麻里鄉、大武鄉、鹿野鄉、東河鄉、成功鄉、長濱鄉）、山地鄉，而其中東師附小的數學成績為最高，甚至略高於臺北市，成績較低者為關山池上與其他非山地鄉鎮，而非山地鄉。楊肅棟（1999）顯示臺東市其他國小成績較高，接著為關山池上、東師附小、山地鄉、其他非山地鄉鎮地區，且其他非山地鄉鎮地區的成績變異亦是最大。

地區間的成績差別是因為背景因素關係中介變項（文化資本、社會資本、財務資本）而進一步關係學生成績。東師附小較臺北市成績稍高，因東師附小學生家庭社經地位較高，其他地區較臺北市分數低，究其不利因素為臺東市其他國小的學生其家庭社經地位較低；關山池上的學生教育抱負較低；其他非山地鄉鎮的學生家庭社經地位較低、較不利的家庭結構、原住民比例偏高；山地鄉的學生與家人的關懷性互動較少、家庭社經地位較低、姊妹人數較多（巫有鎰，1997）。家庭社經地位對地區間的成績關係最大，都市化程度越高的東師附小家庭社經地位亦相對較高。而楊肅棟（1999）解釋地區間的成績差異在學校與教師因素部分影響力不比家庭因素小，控制學校與教師的條件後，非山地鄉鎮地區其成績仍是最差，但東師附小、臺東市其他國小與山地鄉原有的優勢都完全消失了，因此學校與教師的條件愈差，其對地區學生的成績有不利的影響。

黃立源（2008）以「臺東縣 96 年學力檢測」分析各地區國小三、五年級學生的學力檢測數學成績，發現都會區-臺東市的成績最佳，且三年級除了關山鎮、海端鄉、池上鄉、綠島鄉以外，臺東市的三年級學生數學成績皆顯著高於其他鄉鎮。而五年級除了海端鄉、綠島鄉、太麻里鄉、延平鄉、達仁鄉以外，臺東市的五年級學生數學成績皆顯著高於其他鄉鎮。

游玄光（2009）分析 2005 年至 2007 年臺東縣學力檢測，共 6 次檢測資料，依歷次學力檢測的數學成績取其平均，臺東縣國小學生的數學成績以台東市最高，其次為關山鎮、綠島鄉；而成績最低為蘭嶼鄉，其次為達仁鄉、長濱鄉，臺東市與蘭嶼鄉平均相差 9.1093 分；標準差最大為蘭嶼鄉 10.33643 分，其次為太麻里鄉、達仁鄉，顯見臺東縣各鄉鎮在學力檢測的數學領域部分存有城鄉差距。

學校所在地位於都市化程度越高的地區有利於臺東縣國小學生的數學學習成就，即使控制中介變項後，學校所在地的都市化程度對數學學習成就依然有顯著性的影響，且皆有利於任何族群的小學生在數學成就（李鴻章，2006）。

臺東縣國小六年級數學高、低成就的相關因素為族群、社經地位與城鄉差異，即漢人身分、高社經地位、就讀臺東市的學生，較原住民身分、低社經地位、就讀於原住民鄉（偏鄉）的學生在國小六年級有數學學習領域上的優勢，且居住在臺東市區與原住民鄉（偏鄉）的學生在數學平均數的差距隨年級而越拉越大（李鴻章，2010）。

臺東縣國小學生的數學學業成就以臺東市國小學生的成績表現為最佳，然而臺東市也是臺東縣各鄉鎮市中都市化程度較高，家庭社經地位較高的地區。數學學業成就表現較差的地區雖在文獻中有不同結果，但臺東縣國小學生在數學學業成就上仍有很明顯的城鄉差異存在，然而我們無法改變地區的都市化程度，卻能透過改善學校與教師的條件提升學生的學業成就。

臺東縣國小學生數學學習之現況，在家庭背景因素可見非原住民學生的數學學業成就高於原住民，且非原住民的數字感表現優於原住民，原住民學生從低成就組提升至一般或高成就組的機會較低，但原住民的智力並無顯著低於非原住民，而是因為原住民的家庭社經地位較非原住民低，且不完整家庭結構比例高於非原住民；女生的數學學習成就在國小階段是優於男生的；家庭社經地位較高的學生

其在數學學習成就是優於低社經地位的學生，其中家庭收入對原住民學生在數學學習成就上有顯著相關，家庭收入越高的原住民學生在數學學習成就上表現較佳；學校所在地位於都市化程度越高的學生，其在數學學習成就上亦表現較佳，臺東縣的國小學生在數學學習成就上存有城鄉差異。在家庭背景因素部分，家庭社經地位透過中介變項對臺東縣國小學生的數學學習成就有顯著相關。

三、臺東縣國小學生數學學習之學校因素

有關臺東縣學力檢測最重要的兩個因素為家庭與學校（黃立源，2008）。而臺東縣國小學生多屬於偏遠弱勢的學生，在家庭資源較為不足的學習環境下，透過學校途徑是有可能減少學習落後的差距（黃秀卿，2009）。

師生互動不良對臺東縣國小學生的學業成就有相關（李鴻章，2006、巫有鎰，2005；巫有鎰，2007），而在陳建志（1998）研究中指出師生間的不良互動對漢族學生並無相關，但卻對原住民學生的學業有不利的影響。而漢族學生參與較多的負面文化、視訊娛樂文化或流行文化亦造成師生關係不良；原住民學生參與較多的流行文化易造成師生關係不良，而影響其在數學學業成就表現不佳，然而原住民學生參與較多的流行文化而促使其參與學校的音樂性社團，對數學學習成就有正面的影響力（李鴻章，2006）。而在楊肅棟（1999）研究中發現，原、漢學生在教師的教育期望與師生的不良互動上無顯著差異，表示學生感受到教師對原、漢學生一視同仁。

臺東縣部分偏遠地區的學校在學力表現上也有優異的表現，探究這些高學力表現的偏遠地區小型學校在學校行政與教學上的具體作為，在校長的領導理念傾向於重視學生的基本學力，落實教學正常化以維持學生的上課品質，關注低年級學習落後的學生以儘早提供補救教學，並透過多元的課輔資源提升學生學力表現；教師在教學上有專業自覺，並善用評量檢討學生學習成效、反思個人教學進而提升教學專業知能，親師生關係和睦（黃秀卿，2009）。

內控型教師對學生的學習有利，相反的，外控型教師則對學生學業有不利的影響，加強教師的教學效能感是改進教師的可能有效辦法，而山地鄉的教師條件最好，班級師生比亦偏低，有優良的師資條件與小班小校的優點，使山地鄉成績

能較其他非山地鄉鎮地區高（楊肅棟，1999）。

臺東縣國小學生學業成就的學校背景相關因素為學生人數，其中全校的學生人數越多，學生的學業成績會越高，但全班學生人數越多，學童成績會降低，且每位學生的圖書量亦降低，又再進而對學業成績有不利的影響；而在學校中介變項部分，每位學生的圖書量、教師的社會支持氣氛、教師的正向心理特質越高，越有利於學生的學業成績（巫有鎰，2005）。

臺東縣小學可透過建立良好的親師生關係，確實掌握學生的學習表現，落實教學正常化以提升有效學習與學習品質，提升教師的教學專業知能並培養正向的心理特質，讓學生能透過學校的途徑彌補其在家庭資源較缺乏的學習環境下，使學習不落後。

綜合上述可以得知，臺東縣國小學生的數學學習表現雖然表現較其他縣市差，但控制背景因素後，表現可以比其他縣市佳，且原住民學生也能有不錯的表現。然而家庭背景較不佳的學生，父母亦能透過高頻率的關懷性互動、提高對子女的教育期望、父母協調時間陪伴子女寫作業，重視子女的教育則能排除不利的背景因素，以提升學生的學業成就。

臺東縣國小學生除了都市化程度較高的臺東市擁有較佳的家庭背景與學習環境外，其他學校的學生在學習條件較為缺乏的情況下，學校更應重視學生的學業表現，而教師秉持著積極、樂觀的正向態度鼓勵學生，與家長、學生建立良好關係，提升教學專業知能使學生在學習上更主動、學習更有效，讓學生在學業成就上能透過學校降低家庭背景因素對學習的負面相關，進而有更佳的學習成就。

而數學寫作能提升師生溝通互動，教師透過回饋給予學生正向的鼓勵與支持，提升學生對自身的教育抱負、學習動機，分析學生的寫作內容以診斷學生的迷思概念，進而對其實施補救教學，因此，研究者欲透過數學寫作從學生與教師角度改善學生的學習成效。

數學寫作尚無在東部地區的實證研究。而臺東縣國小學生在數學學習領域上的成效不若其他縣市佳，其中背景因素與學生的學習成效有相關。另外臺東縣國小五年級的偏鄉學生在語文領域寫作上使用詞彙偏少，文意表達層次較低，在時間、邏輯、因果、累進關係上能力較薄弱，甚至高、低閱讀能力學生在語文領域

寫作上無太大差別（李鎔而，2017）。研究者無法在改變學生的背景因素下施力，然而透過學校途徑亦能使學生在數學學習領域上有所改變，因此研究者選擇透過研究證實對學生數學學習有幫助的數學寫作教學方法，探究其對臺東縣國小五年級學生在數學學習領域的學習成效為何？而臺東縣國小五年級學生在不同的數學寫作方式表現如何？學生又是透過那些表徵、思考方式獲得數學概念？



第三章 研究方法

本研究採個案研究方法，針對研究對象蒐集相關資料並分析，以對研究目的深入了解。透過 10 週的數學寫作教學蒐集研究對象的數學寫作單、數學測驗卷、半結構式晤談，以深入分析學生在數學寫作教學上的學習改變，進而了解臺東縣二位國小五年級學生數學領域的學習成效。以下共分為五小節，第一節為研究對象，其次為研究流程、數學寫作教學設計、評量工具、資料分析方法，分述如下。

第一節 研究參與者

本研究之研究對象採立意取樣方式，以研究者任教之臺東縣二位某國小五年級全班 2 位男學生為研究對象，研究者本身即為該班導師。

本研究實施之場域坐落於阿美族部落，學校學生共 45 位，逾九成皆為原住民學生。107 學年度屬特殊偏遠地區學校（教育部，2018），交通與生活不便，本地大眾運輸工具僅有公車，距離鄉中心也有 9.4 公里，附近生活機能缺乏，青壯年大多數皆外流至外地工作，學生多為隔代教養或單親家庭，多屬不完整家庭。以下就研究參與者之研究對象與研究者本身作說明。

一、研究對象

研究對象尚無數學寫作經驗，班級氣氛和諧，茲將研究對象背景與數學學習表現、特質以表 2 呈現。

表 2：研究對象背景與數學學習表現、特質紀錄表

研究對象	背景	數學學習表現	數學學習特質
S1	阿美族，單親家庭，與父同住，父親有穩定工作，尚有三年級妹妹，主要照顧者為祖父。	數學學習表現為班上高程度學生，歷年數學成績等第皆為優	上課表現沉靜，課後主動詢問問題或作業。理解力強，解題能提供高層次想法，思考具邏輯性。表達完整，但需給予時間思考。
S2	阿美族，父母皆至外地工作，尚有一名姊姊就讀國中，平日主要照顧者為祖父。	數學學習表現為班上中程度學生，105 學年度曾列入數學補救教學個案，106 學年度通過測驗結案	上課易發呆，學習較被動。理解力差，無法掌握題意，文字題解題表現較無邏輯，程序性計算表現佳，表達能力不完整、順暢。

註：數學學習表現採歷年數學領域學習總成績之平均，90 分以上屬班上高程度，80 分以上未滿 90 分屬班上中程度。

本班 2 位學生在過去的數學學習表現上尚無低成就學生，但 S2 學生曾列入補救教學個案兩年，家庭背景皆有過去文獻指出與學生學習成就有相關：家庭結構不完整、家庭社經地位低、學校位在偏遠地區、原住民學生。然而研究者自 107 學年度任教於班上後，有感於學生在解題時缺乏邏輯性思維，也無法說明清楚解題的想法，師生間的溝通有限，亦無法掌握學生的學習狀況以即時進行個別化指導，需再請學生再解題一次以抓住學生的迷思概念予以釐清，學生對於課程中的數學概念是否理解？學生在上課中是如何將課程內容轉譯為其理解的表徵？因此，研究者與透過數學寫作了解學生學習狀況，進而調整教學，以期在數學課堂中能引起學生共鳴，以正向積極的學習態度學習。

二、研究者本身

研究者畢業於教育大學之數學教育學系，於大學期間修習四年教育學程與數學領域之專業課程，培養研究者教學知識與數學學科內容知識，奠定研究者的數學學科教學知識。96 年畢業後，修習半年的國小實習課程，而後取得國小教師證照，即在國小的教學現場中代課，直至 104 年考上正式教師，研究者自大學畢業後未曾離開過教育環境，過去職務中曾任低、中、高年級導師，也一直不斷參與教學進修，以期提升教學能力進而協助學生學習。

過去服務學校中多以偏鄉及原住民重點學校，然而面對教學現場中尚有待解決問題，深感個人才疏學淺，因此報考教育學系進修學習，不僅幫助研究者的教學，也增進研究者在教學上的研究能力，始能透過實務上的研究與理論結合，更能深入分析教師的教與學生的學，培養研究者具有判斷力與獨立思考的能力。

第二節 研究流程

本研究流程分為三大階段，第一階段為研究準備階段，第二階段為研究實施階段，第三階段為研究總結階段（如圖 1，頁 43），各階段說明如下。

一、研究準備階段

（一）文獻蒐集與研究者教學經驗：以研究者與教育現場教學者的教學經驗中發現問題，尋找與問題相關文獻閱讀。

(二) 確立研究主題：自相關文獻中與過去教學經驗中思考研究者的研究方向，並擬定研究主題，再與指導教授確立研究主題。

(三) 訂定研究目的與問題：從研究主題思考並擬定研究目的與待答問題，與指導教授討論並訂定研究目的與問題。

(四) 相關文獻探討：以研究主題與目的出發，縮小參考文獻範圍，蒐集並探討有關數學寫作、臺東縣國小學生數學學習領域學習概況等相關文獻，作為本研究之研究基礎。

(五) 準備研究工作：「工欲善其事，必先利其器」，為使研究實施過程受其他非本研究欲探討之因素影響，研究工作前的準備工作能使研究順利實施，研究結果也愈貼近真實，其準備工作分述如下。

1. 規劃課程內容：數學寫作單融入教學中勢必須調整教師原有的授課時間，另外，在寫作前引導學生寫作的學習活動也融入教學中因此研究者應考量教學目標、教學內容及相關文獻建議，將上課時間妥善分配。

2. 編製數學寫作單：參考教學目標、教學內容及相關文獻建議，編擬出適合五年級學生程度的數學寫作單，再與其他教師、研究所同儕及專家學者討論後，修訂並編製成數學寫作單。

3. 編擬晤談問題：為使研究者更清楚學生寫作時的思考與對數學寫作單的感受，與其他教師、研究所同儕及專家學者討論後，編擬對本研究探討目的適切的晤談問題。

二、研究實施階段

(一) 實際教學：依課程規劃進行教學。

(二) 數學寫作單寫作：數學寫作單寫作歷程分述如下。

1. 寫作單內容寫作：利用編製完成的數學寫作單進行寫作。

2. 寫作單分享：透過每週一節彈性課程進行寫作單分享。

3. 寫作單修正：經由分享寫作單後，學生再思考、再釐清，以附加式進行寫作單

修正。

(三) 半結構式晤談：透過編擬的晤談問題與研究對象在精神狀況良好下，選取自在舒適的環境進行訪談，並以錄音、錄影詳實記錄晤談過程，接著將錄音、錄影資料以編碼做逐字稿紀錄。

(四) 學後測驗：為檢視學生透過數學寫作學習之成效，邀請長期於高年級任教之專業教師依該單元的能力指標設計出題，並訂定測驗卷之評分標準，以維持測驗之公平性，並作為學生學習成效之依據。

三、研究總結階段

(一) 資料整理與分析：研究者依研究對象撰寫的數學寫作單，晤談時的錄音、錄影資料及相關文獻加以分析，研擬本研究之分析結果，再回顧、反思，並與其他教師、研究所同儕及專家學者討論，以確立分析結果正確。

(二) 撰寫研究結果：研究者依據分析結果進行解釋與討論以撰成結論，並提出研究者之心得與反思、建議，以供未來研究者做相關研究參考。

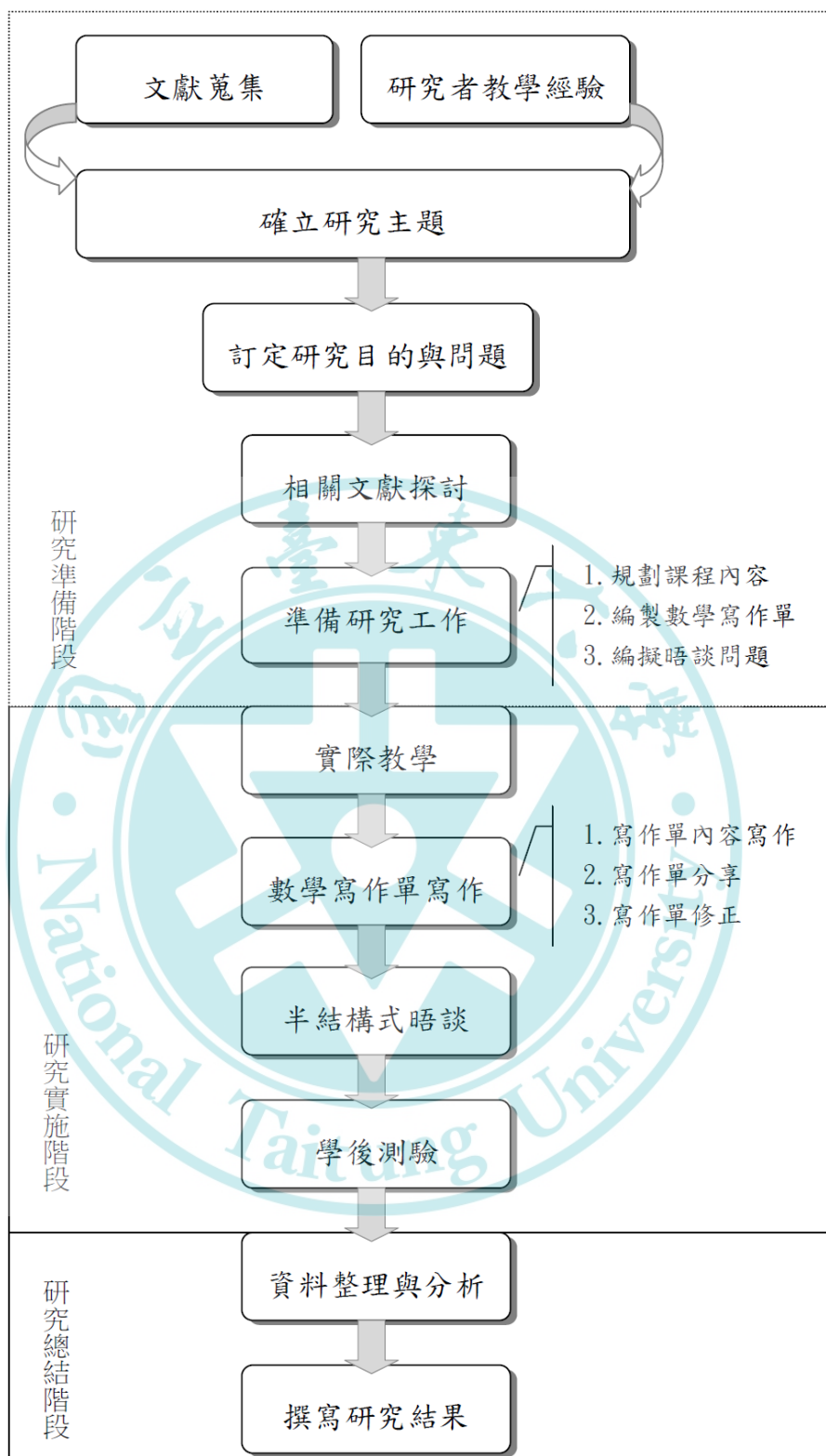


圖 1-研究流程圖

第三節 數學寫作教學設計

本研究對象過去皆未曾接觸數學寫作，因此在數學寫作教學設計上以循序漸進方式讓學生學習，以下將本節課程內容與寫作實施方式、寫作單內容設計說明，分述如下。

一、課程內容與寫作實施方式

本研究以翰林版 107 學年度第二學期五年級數學課程內容為主，但教學單元順序做微調，輔以數學新世界教師種子生根計畫所研發之國小五年級教材學用修訂版。以下將教學時間、教學單元、學習目標、數學寫作方式整理如表 3。

表 3 數學寫作課程內容

	教學時間	教學單元	學習目標	數學寫作方式	寫作單編號
醞釀期	2/25~3/8	長方體和正方體的體積	1.理解體積的概念	口頭敘述	
			2.理解體積公式的意義		
預備期	3/11~22	容積	3.能解決複合形體積問題	寫作練習	
			1.理解體積和容積的關係		
數學寫作實施期	3/25~29	符號代表數	2.理解容積和容量的概念	解釋性寫作 偵錯式寫作 擬題式寫作 總結式寫作	左列數學寫作單中皆含數學日誌之寫作方式
			3.理解水的計量單位		
			4.能求出不規則物體的體積		
	4/1~12	表面積	1.理解符號代表數的意義	解釋性寫作 偵錯式寫作 解釋性寫作 總結式寫作	解-1 偵-1 擬-1 總-1
			2.能用符號解決加減情境問題		
			3.能用符號解決乘除情境問題		
	4/22~5/3	小數	1.認識長（正）方體展開圖	解釋性寫作 偵錯式寫作 解釋性寫作 總結式寫作	解-2 偵-2 解-3 總-2
			2.理解表面積意義		
3.能解長（正）方體表面積問題					
4.能計算複合型體的表面積					
5/6~17	生活中的大單位	1.能理解小數乘法計算意義	解釋式寫作 偵錯式寫作 擬題式寫作 總結式寫作	解-4 偵-3 擬-2 總-3	
		2.能解決小數乘法問題			
		3.能理解小數除法計算意義			
		4.能解決小數除法問題			
5/20~31	比率與百分率	1.理解大單位意義。	解釋性寫作 解釋性寫作 偵錯式寫作 擬題式寫作	解-5 解-6 偵-4 擬-3	
		2.能解決大單位換算問題			
5/20~31	比率與百分率	1.理解比率意義	擬題式寫作 偵錯式寫作 解釋性寫作 總結式寫作	擬-4 偵-5 解-7 總-4	
		2.理解百分率意義			
		3.能解決比率與百分率問題			

數學寫作共計 20 篇，其中解釋性寫作 7 篇、偵錯式寫作 5 篇、擬題式寫作 4 篇，總結性寫作 4 篇，數學日誌 20 篇內含於上述之數學寫作單中，課程內容包含數學學習領域中數與量、幾何、代數三大主題。

本研究的寫作實施期間自 107 學年度第二學期第 7 週開始正式實施數學寫作至第 16 週，為期 10 週。學生進入數學寫作前，先以 2 週的醞釀期讓學生練習用口語完整表達，接著再以 2 週的預備期讓師生針對當日課程共同討論，並練習用表徵作紙筆紀錄，進而引導學生練習五種數學寫作方式。接著開始本研究 10 週的數學寫作教學，每單元依學習目標設計 4 篇數學寫作單，並於下課前 10 分鐘進行數學寫作，學生進行數學寫作時，教師不另作指導，由學生依題意進行寫作。另安排 1 節彈性課程作為寫作單之分享與修正，並於進行數學寫作當日與學生進行晤談。

二、寫作單內容設計

數學寫作單以解釋性寫作、偵錯式寫作、擬題式寫作與總結式寫作作為設計，而其中為了解學生在學習數學時的感受，皆於每篇寫作單中放入數學日誌，以「我想說...」部分表達學生的情緒、困難與問題。對於學生於寫作單上的回饋，研究者將以開放態度接受，期望從中看見學生對數學寫作單的真實感受與改變，並積極正向態度回應學生。以下將四種數學寫作單設計概念以表 4 作說明。

表 4 數學寫作單設計概念

寫作單名稱	寫作單類型	寫作單內容	
我來寫給你看	解釋性寫作	說明學生對數學學習單元的核心概念、解題想法作，以了解學生對數學概念的理解及對解題思維的邏輯合理性	四種數學寫作單皆包含數學日誌-我想說...，表達學生學習時的表達學生的情緒、困難與問題
哪裡不對勁？	偵錯式寫作	教師特意設計隱藏部分解題程序錯誤或迷思概念，學生需察覺說出理由並提出正確解題方法或概念	
換我來出題	擬題式寫作	學生依寫作單上教師提供的算式編擬合理的文字題，以了解學生對符號與算式的理解情形	
數學收納家	總結式寫作	學生依佈題陳述、分析、組織數學概念	

研究者以蘋果記號對學生寫作單進行鼓勵，於寫作單中以避免分數帶給學生壓力，且蘋果記號已是研究者與學生建立之默契，蘋果記號在過去教學中給予學生鼓勵與肯力，且激勵學生表現更進步，因此研究者持續以蘋果記號的多寡來支持並給予學生持續寫作的信心與毅力。

第四節 評量工具

本研究目的在探究透過數學寫作對臺東縣二位國小五年級學生在數學學習領域之學習成效為何？以個案研究方式來了解學生在經過數學寫作教學後，學生的學習表現為何？學生在不同的數學寫作單表現為何？並透過學生的數學寫作單內容以了解學生如何獲得其數學概念。為更周全了解學生透過數學寫作在數學學習領域的學習成效，輔以數學測驗卷以見其成效，並透過半結構式晤談以更清楚學生寫作時的想法。以下就數學寫作單、數學測驗卷及半結構式晤談作說明如下。

一、數學寫作單

本研究採取適用於課室教學的解釋性寫作、偵錯式寫作、擬題式寫作及總結性寫作為本研究數學寫作單形式，透過不同寫作單類型以從不同角度了解學生學習狀況，其中在每一次的數學寫作單中皆含有「我想說...」之佈題，以讓學生表達其在學習數學時情意方面的感受。

學生回答方式不拘，除了以文字述說外，亦可用其他表徵作輔助說明。寫作時間每單元 4 次，並於下課前 10 分鐘進行數學寫作，讓學生於上課時間寫作以避免課後回家有家長指導，影響研究結果，學生對寫作單有任何疑問也可當場回應，教師亦可觀察學生寫作時的狀態，並以適時調整寫作單內容，並適時給予鼓勵、肯定，讓學生盡可能把想法寫出來。

研究者透過數學寫作單可觀察學生對數學概念是否理解？迷思概念為何？學生接收新訊息後如何與舊經驗作連結、並分析、整理、組織以產出個人對數學概念的理解，學生解題想法的先後順序為何？後續如何作修改？概念是否已釐清。本研究根據 Polya 的解題歷程：瞭解題意、訂定計畫、執行計畫、回顧檢驗，將

學生的數學寫作內容依此四階段給予評分，評分以蘋果記號作紀錄，各階段滿分為 2 顆蘋果，0 顆蘋果表示完全沒做到，1 顆蘋果表示部分做到，2 顆蘋果表示完全做到。

二、數學單元測驗卷

本研究之數學寫作於符號代表數、表面積、小數、生活中的大單位、比率與百分率單元中實施，並於單元教學結束後下一週進行數學單元測驗卷，每次各 10 題數學文字題，考試時間為 40 分鐘，根據該單元的能力指標設計出題，另邀請長期於高年級任教之專業教師出題，以維持測驗之公平性，並於出題後與研究者討論題目之適切性，以使測驗卷達有效度。透過每次測驗以了解學生在各單元之學習成效，並觀察學生解題過程中對數學概念的理解、運用，及解題思維，另外觀察學生在一次次測驗中的解題能力改變為何。

數學單元測驗卷評分標準依學生解題方向、解題過程與答案分四種分數計分，以求評分標準一致。評分標準如表 5 所示。

表 5 數學單元測驗卷評分標準

分數（單位：分）	作答情形
0	1.未作答。2.解題方向錯誤，但答案正確。 3.解題方向錯誤，且答案錯誤。
1	1.解題方向不完全正確，且答案錯誤。 2.解題方向不完全正確，且答案正確。
2	1.解題方向完全正確，但答案錯誤。 2.解題方向完全正確，且答案正確，但解題過程不完整或有錯誤。
3	1.解題方向與答案正確，且解題過程完整。

測驗後由具專業背景之研究者進行評分，評分後與校內資深同仁討論研究對象於測驗卷內各題之得分，以達本測驗卷得分之可信度。

三、半結構式晤談

本研究於學生寫作後當日選擇研究對象精神狀況良好下，與自在舒適的環境進行訪談，並以錄音、錄影詳實記錄晤談過程，以更深入了解學生寫作時的想法，在一學生回答內容繼續發問，以更詳細記錄學生的學習狀況，研究者秉持客觀性不對學生回答做任何反應，以避免誘導學生回答。晤談問題如表 6 所示。

表 6 晤談問題及對本研究之意義

晤談問題	對本研究之意義	
1.你懂不懂題目的意思，需不需要老師再跟你說清楚的地方？	瞭解研究對象對題意是否清楚。	
2.你看到題目第一個想到什麼？你覺得有哪些資訊可以幫助你解題？	瞭解研究對象的直觀想法，以及研究對象是否能掌握題意。	
3.說說看你為何想這樣做？	瞭解研究對象的解題想法與迷思概念，並瞭解研究對象是否清楚自己的解題想法。	會依寫作方式調整晤談問題，但仍以本問題對研究之意義進行晤談
4.這部分算式是在找什麼？	瞭解研究對象對算式的意義是否瞭解。	
5.這些表徵（符號、圖示...）代表什麼意思？	瞭解學生透過那些表徵方式記錄其想法，及學生對數學概念是如何轉譯以建構其數學概念。	
6.你覺得答案有符合題意嗎？為什麼？	促進學生反思解題歷程及其答案之合理性。	
7.你有沒有什麼話想再跟老師說？或是要對剛剛的回答做補充？	了解學生寫作時的其他想法，並讓學生對剛剛回答能做詳細補充	

研究者透過以上晤談問題對研究對象進行訪談，以與寫作單內容做對照，並將錄音資料以逐字稿做紀錄後編碼留存，以分析學生的想法、感受、問題與困難。

第五節 資料分析方法

本研究以個案研究方式以瞭解數學寫作對臺東縣二位國小五年級學生數學學習領域的學習成效，將研究中所蒐集到各面向資料進行分析以得結果。本節就資料整理及資料分析說明如下。

一、資料整理

本研究資料來源為學生數學寫作作品、學生晤談紀錄、數學單元測驗卷，為便於研究者分析資料，將研究資料以日期及資料來源做編碼整理，編碼說明如表 7。

表 7 資料編碼說明

類別	編碼	編碼說明
學生數學 寫作作品	1080430-解 1-S1	“1080430”表示寫作時間。
	(1080430-偵 1-S1	“解 1”表示第 1 份解釋性寫作單，
	、1080430-擬 1-S1	“偵 1”表示第 1 份偵錯式寫作單，
	、1080430-總 1-S1)	“擬 1”表示第 1 份擬題式寫作單， “總 1”表示第 1 份總結性寫作單。 “S1”表示研究對象 S1 學生。
學生晤談紀錄	1080430-解 1-S1 晤	“1080430”表示訪談時間。
	(1080430-偵 1-S1 晤	“解 1”表示第 1 份解釋性寫作單，
	、1080430-擬 1-S1 晤	“偵 1”表示第 1 份偵錯式寫作單，
	、1080430-總 1-S1 晤)	“擬 1”表示第 1 份擬題式寫作單， “總 1”表示第 1 份總結性寫作單。 “S1”表示研究對象 S1 學生。
數學單元 測驗卷	1080430-表面積-S1	“訪”表示學生晤談紀錄。
		“1080430”表示測驗時間。
		“表面積”表示數學單元。 “S1”表示研究對象 S1 學生。

研究者與研究對象進行晤談過程中以錄音輔以錄影做紀錄，除錄下師生對話內容外，亦透過錄影記錄下學生晤談過程中的表情、動作，以力求蒐集學生寫作時更完整的想法、感受，研究者將蒐集的晤談資料整理後轉成逐字稿並編碼，並如表 8 之轉譯代號說明將晤談資料轉譯成逐字稿，

表 8 資料轉譯代號說明

代號	說明
T	表示研究者。
S1、S2	表示研究對象。
: 「 」	例：S1：「早安。」，表示研究對象 S1 說早安。
...	表示晤談過程中，說話者有短暫停留。
()	() 中表示研究對象在晤談過程中的動作、表情。

透過編碼後的研究資料有利於研究者全面且深入分析學生透過數學寫作在數學學習領域上的學習成效，學生在不同數學寫作單上的表現及學生透過那些方式、表徵建構其數學概念，亦能透過學生的表情、動作協助研究者瞭解其

想法。

二、資料分析

本研究採個案研究方式進行，因此本研究之分析採質性分析進行。將研究過程所取得之資料逐步進行轉譯、編碼、分類，透過資料來源的三角校正方法，將學生數學寫作作品、學生晤談紀錄及數學單元測驗卷三種資料來源經研究者閱讀、分析、回顧、反思並將資料相互驗證，以求本研究探究問題之結果。

另外，研究者亦將分析結果與指導教授、研究所同學與教學現場同事相互討論，藉分析者的三角校正方法將分析結果經不斷討論、反思、修正或調整，以求資料分析之合理性、適切性，使研究之結論更具客觀與可信賴。



第四章 研究結果與討論

本章共分為四小節作詳細說明。第一節為臺東縣二位國小五年級學生透過數學寫作後的學習成效，第二節臺東縣二位國小五年級學生在不同的數學寫作方式下之表現，第三節為數學寫作教學之省思，分述如下。

第一節 臺東縣二位國小五年級學生透過數學寫作後的學習成效

研究者透過學生之數學單元測驗卷、數學寫作單為依據，分析學生經由數學寫作教學之歷程在數學學習成就上之改變。研究者於每單元的教學中進行四篇數學寫作後，於教學單元結束之下週一安排數學單元測驗卷之施測，每次皆以 10 題數學文字題為出題方式，共計五次。每次測驗時間為 40 分鐘，學生皆能於測驗時間內做答完成，測驗後依數學單元測驗評分標準(如表 5，頁 47)予以計分，滿分為 30 分。

一、S1 學生數學單元測驗卷之學習成效

S1 於第一次測驗分數為 22 分，其中 0 分有 1 題，解題方向錯誤且答案錯誤；2 分有 5 題，皆為解題方向完全正確，且答案正確，但解題過程不完整；3 分有 4 題，解題方向與答案正確，且解題過程完整。S1 在第一次測驗中解題方向完全正確占 9 題，但解題過程不完整題數占 5 題(如圖 2)，影響學生成績偏低。

(2) 彥彥花了 B 元，剛好可以換 5 點，請問彥彥花了多少錢？請列出一個含符號 B 的算式，並進行解題。

$$50 \times 5 = B$$
$$B = 50 \times 5 = 250$$
$$A = 250 \text{ 元}$$

圖 2-1080401-符號代表數-S1

第二次測驗分數為 18 分，其中 0 分有 2 題，解題方向錯誤且答案錯誤；1 分有 2 題，皆為解題方向不完全正確，且答案錯誤；2 分有 2 題，解題方向完全正確，但答案錯誤；3 分有 4 題，解題方向與答案正確，且解題過程完整。

S1 在第二次測驗中，完全掌握該題分數僅有 4 題，且解題方向未完全正確占 4 題，甚至有 2 題未能拿下分數（如圖 3），S1 第二次測驗表現較第一次差。

1. 岑岑將下圖邊長 7 公分的正立方體外表塗滿紅色作為禮盒用，請問紅色部分的面積為多少？



$$7 \times 7 \times 3 = 147$$

$$A = 147 \text{ cm}^2$$

圖 3-1080415-表面積-S1

第三次測驗分數為 29 分，其中 2 分有 1 題，解題方向完全正確，且答案正確，但解題過程不完整； 3 分有 9 題，解題方向與答案正確，且解題過程完整。S1 在第三次測驗中，完全掌握該題分數占 9 題，僅有 1 題未將比較過程列出並說明（如圖 4）。

9. 麗麗的體重是 45 公斤，橙橙的體重是麗麗的 1.12 倍，文文的體重是麗麗的 0.98 倍，請問橙橙和文文誰的體重比較重，為什麼？

算式: $45 \times 1.12 = 50.4$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 1.12 \\ \hline 90 \\ 450 \\ \hline 50.40 \end{array}$$

算式: $45 \times 0.98 = 44.1$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 0.98 \\ \hline 360 \\ 405 \\ \hline 44.10 \end{array}$$

A: 橙橙 > 文文

圖 4-1080506-小數-S1

第四次測驗分數為 29 分，其中 2 分有 1 題，解題方向完全正確，但答案錯誤； 3 分有 9 題，解題方向與答案正確，且解題過程完整。S1 於測驗中，完全掌握該題分數占 9 題，僅有 1 題單位換算過程中錯誤，導致答案也算錯（如圖 5）。

9. 長濱鄉面積約為 155 平方公里 20 公頃，綠島面積約為 15 平方公里 10 公頃，請問長濱鄉面積大約是綠島的幾倍？（算至整數倍）

$$155 \text{ km}^2 20 \text{ ha} = 15520 \text{ ha}$$

$$15 \text{ km}^2 10 \text{ ha} = 1510 \text{ ha}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 1510 \overline{) 15520} \\ \underline{15100} \\ 420 \end{array}$$

A: 10 倍

圖 5-1080520-生活中的大單位-S1

第五次測驗分數為 29 分，其中 2 分有 1 題，解題方向完全正確，但答案錯誤； 3 分有 9 題，解題方向與答案正確，且解題過程完整。S1 於測驗中，完全

9. 快快運動用品店全館做統一促銷活動，原價 2400 元的 A 運動鞋打折後賣 1920 元，請問原價 2500 元的 B 運動鞋，打折後賣多少元？

$2400 - 1920 = 480$
 $480 \div 2400 = \frac{2}{100} = 2\%$
 $2500 \times 0.98 = 2450$

$2400 \div 1.2 = 2000$
 $2000 \times 1.05 = 2100$

$2500 \times 0.5 = 1250$

$15 \overline{) 1000}$
 $2 \overline{) 1000}$

$2400 \div 1.2 = 2000$
 $2000 \times 1.05 = 2100$

$2500 \times 0.5 = 1250$

$A: 1250 \text{ 元}$

S1 在進行數學寫作教學期間，前二次測驗未達高程度學生之能力，甚至於第二次測驗分數僅 18 分，但於第三次測驗開始，皆維持 29 分之水準，且在後面三次測驗中，均能完全掌握每題之解題方向。顯見透過數學寫作教學，高程度學生的學習成效於後期能持續保持高水準（如圖 7）。



53

能拿到 9 題，另 1 題亦能得到 2 分，顯見 S1 在後面三次測驗中確實能掌握解題方向。

透過 S1 於歷次數學單測驗卷中各題的得分(如圖 8)以分析學生作答表現，可知經由數學寫作教學後，S1 作答已能確實掌握解題方向，且解題過程多能完整，答案亦多能呈現正確。

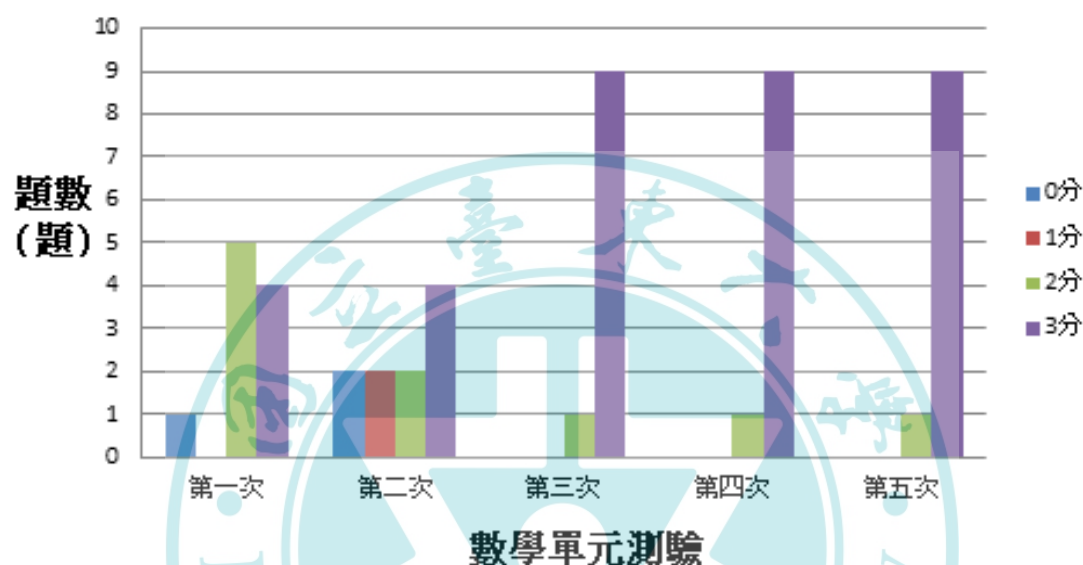


圖 8-S1 歷次數學單元測驗中符合評分標準之題數

經由 S1 在歷次數學單元測驗的成績與數學單元測驗中符合評分標準之題數來分析，S1 在前二次測驗中表現較差，且有未能掌握解題方向之作答表現。數學寫作教學一開始執行時，尚未能提升 S1 的學習成效，但到後期後，數學寫作教學能大幅提升 S1 的學習成效，並穩定學習表現高程度學生 S1 的高水準分數與作答表現。

二、S2 學生數學單元測驗卷之學習成效

S2 於第一次測驗分數為 25 分，其中 0 分有 1 題，解題方向錯誤且答案錯誤；1 分有 1 題，解題方向不完全正確，且答案錯誤；3 分有 8 題，解題方向與答案正確，且解題過程完整。S2 在第一次測驗中成績表現較佳，解題方向完全正確占 8 題，但得分 0 分之題目，S2 並未能完全掌握題意，以提取題目中可供解題之資訊，導致解題方向與答案皆錯誤(如圖 9)，而得分 1 分之題目，S2 寫出 $\frac{2}{7}=7$ 公里又 2 公尺，研究者無法理解 S2 之想法，S2 也未能說明

寫出此等式之想法，且後續解題過程亦出現錯誤（如圖 10）。

2. 便利商店推出集點活動，每買滿 50 元贈送 1 點，滿 20 點即可換一張 100 元商品券。

(1) 蕊蕊已經集了 A 點，他只要再集 7 點就可以換 100 元商品券，請問蕊蕊目前集了幾點？請列出一個含符號 A 的算式，並進行解題。

$$100 - 7 = A$$

$$A = 100 - 7$$

$$A = 93$$

$$A : A = 93$$

圖 9-1080401-符號代表數-S2-1

(3) 台東縣有兩條大道是著名的旅遊景點，分別是伯朗大道與金剛大道，金剛大道全長約 7 公里，而伯朗大道全長約 Y 公里，是金剛大道的 $\frac{2}{7}$ 倍，請問伯朗大道全長是幾公里？

我的解題：

我的檢驗方法：

$$\frac{2}{7} = 7 \text{ 公里} \times 2 \text{ 公里} ?$$

$$7 \times \frac{2}{7} = Y$$

$$Y = 7 \times 7$$

$$Y = 49$$

$$A : 49 \text{ 公里} \times 2 \text{ 公里}$$

圖 10-1080401-符號代表數-S2-2

第二次測驗分數為 18 分，其中 0 分有 2 題，1 題未作答，1 題解題方向錯誤且答案錯誤；1 分有 2 題，皆為解題方向不完全正確，且答案錯誤；2 分有 2 題，解題方向完全正確，但答案錯誤；3 分有 4 題，解題方向與答案正確，且解題過程完整。S2 在第二次測驗中，完全掌握該題分數僅有 4 題，且解題方向未完全正確占 4 題，甚至有 2 題未能拿下分數，其中 1 題 S2 未作答（題目如圖 11），S2 第二次測驗表現較第一次差。

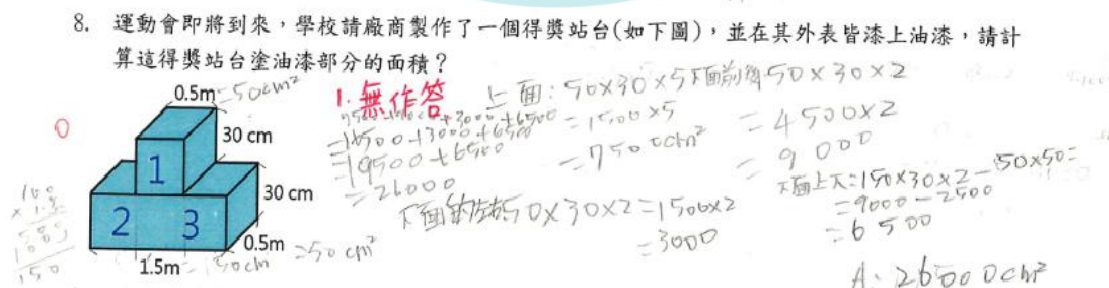


圖 11-1080415-表面積-S2

第三次測驗分數為 20 分，其中 0 分有 2 題，解題方向錯誤，且答案錯誤；

1 分有 1 題，解題方向不完全正確，且答案錯誤； 2 分有 2 題，解題方向完全正確，但答案錯誤； 3 分有 5 題，解題方向與答案正確，且解題過程完整。S2 在第三次測驗的分數較第二次佳，能提取題目中幫助解題之資訊以進行解題（如圖 12）。雖 0 分仍占有 2 題，但在解題方向部分有小小進步中。

4. 水費計算依使用量有分 4 段，在第一段時，1 度水費為 7.35 元，每次個人泡澡約使用 0.5 度的水量，請問個人泡澡一次需花費多少錢？

$$\begin{array}{r} 7.35 \times 100 \\ \times 0.5 \times 10 \\ \hline 3675 \end{array}$$

$$7.35 \times 0.5 = 3.675$$

$$A: 3.675 \text{ 元}$$

圖 12-1080506-小數-S2

第四次測驗分數為 23 分， 1 分有 2 題，解題方向不完全正確，且答案錯誤； 2 分有 3 題，解題方向完全正確，但答案錯誤； 3 分有 5 題，解題方向與答案正確，且解題過程完整。S2 在第四次測驗的分數較第三次佳，已無得分 0 分之題目。在解題方向部分，兩步驟解題之題型能輕鬆掌握解題方向，並有脈絡執行解題計畫（如圖 13），但多步驟解題部分則易混淆題目提供之資訊，以至於在解題上慌了手腳，無法完全掌握解題方向（如圖 14）。總體而言，S2 在第四次測驗中仍持續踩小碎步進步中。

8. 寧寧國小面積為 1 公頃 14 公畝，臺東大學面積是寧寧國小的 63 倍，請問台東大學面積為多少公頃？

$$\begin{array}{r} 1 \text{ ha } 14 \text{ a} = 114 \text{ a} \\ \times 63 \\ \hline 342 \\ 684 \\ \hline 7182 \end{array}$$

$$114 \text{ a} \times 63 = 7182 \text{ a}$$

$$7182 \text{ a} = 71.82 \text{ ha}$$

$$A: 71.82 \text{ ha}$$

9. 長濱鄉面積約為 155 平方公里 20 公頃，綠島面積約為 15 平方公里 10 公頃，請問長濱鄉面積大約是綠島的幾倍？（算至整數倍）

$$\begin{array}{r} 10 \\ 1510 \overline{) 1510} \\ \underline{1510} \\ 0 \end{array}$$

$$159 \text{ km}^2 20 \text{ ha} = 15920 \text{ ha}$$

$$15920 \text{ ha} \div 1510 \text{ ha} \div 10$$

$$15 \text{ km}^2 10 \text{ ha} = 1510 \text{ ha}$$

$$A: \text{約 } 10 \text{ 倍}$$

圖 13-1080520-生活中的大單位-S2-1

10. 毛豆每公畝約可收成 90 公斤，每公斤的批發價為 40 元，王爺爺在屏東種了 2 公頃 8 公畝，請問王爺爺這次收成可收到多少元？

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 90 \overline{) 2080} \\
 \underline{180} \\
 280 \\
 \underline{270} \\
 10
 \end{array}$$

$$2080 = 2080$$

$$2080 \div 90 = 21 \text{ 畝 } 28 \text{ 畝}$$

$$40 \times 2 = 80 \text{ 元}$$

$$A: 80 \text{ 元}$$

圖 14-1080520-生活中的大單位-S2-2

第五次測驗分數為 29 分，2 分有 1 題，解題方向完全正確，但答案錯誤；3 分有 9 題，解題方向與答案正確，且解題過程完整。S2 在第五次測驗的中有大幅進步，解題方向皆完全正確，其中得分 2 分之題目僅是因解題過程中表達方式有錯誤，S2 寫出 $0.8\% = \frac{80}{100}$ （如圖 15），而未能拿下滿分。S2 在複雜題型中能清楚比率與百分率之概念，雖未能以 $48\% = 0.48$ ， $0.48 > 0.36$ ，所以智慧營參加人數教英語營多，雖 S2 未以此種較有效率方式作答，但學生解題方向是完全正確且解題脈絡很清楚（如圖 16）。S2 在第五次測驗中較前幾次測驗是大進步。

9. 快快運動用品店全館做統一促銷活動，原價 2400 元的 A 運動鞋打折後賣 1920 元，請問原價 2500 元的 B 運動鞋，打折後賣多少元？

$$\begin{array}{r}
 0.8 \\
 2400 \overline{) 19200} \\
 \underline{19200} \\
 0
 \end{array}$$

$$1920 \div 2400 = 0.8$$

$$2500 \times \frac{80}{100} = 2000$$

$$A: 2000 \text{ 元}$$

圖 15-1080603-比率與百分率-S2-1

10. 寧寧國小共有 50 名學生，暑假夏令營中，參加英語營佔全校人數比率為 0.36，參加智慧營佔全校人數的 48%，請問哪一個營隊參加的人數較多？

$$\begin{array}{r}
 50 \\
 \times 0.36 \\
 \hline
 300 \\
 1800 \\
 \hline
 18000
 \end{array}$$

$$50 \times 48\% = 50 \times \frac{48}{100} = \frac{2400}{100} = 24$$

$$50 \times 0.36 = 18$$

$$18 < 24$$

$$A: \text{智慧營}$$

圖 16-1080603-比率與百分率-S2-2

S2 在進行數學寫作教學期間，第一次測驗有達中程度學生之能力，但到第二次測驗時分數驟降，僅 18 分。但於第三次測驗開始，每次測驗成績表現皆比前次測驗成績佳，再從第五次測驗來看，甚至比第二次測驗多出 11 分，且已達數學學習表現高程度學生 S1 之學習成效。顯見透過數學寫作教學，確實能大幅提升數學學習表現中程度學生 S2 的學習成效（如圖 17）。

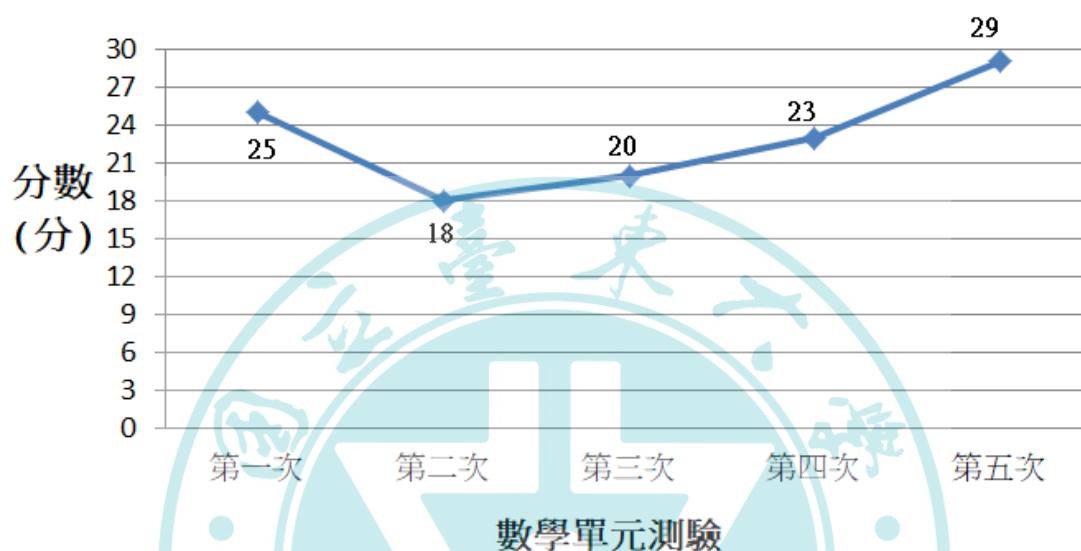


圖 17-S2 歷次數學單元測驗成績表現

分析 S2 在歷次數學單元測驗卷中符合評分標準的題數（如圖 18），在前三次測驗中尚有因解題方向完全錯誤而未得分之作答情形，最後二次測驗已無未得分之題數；前四次測驗中，尚有解題方向未完全正確之作答，S2 最後一次測驗的作答中皆能掌握解題方向；中間三次測驗中，S2 各作答情形皆有，學生學習成效上雖無特別大的改變，但解題方向正確之題數仍高於解題方向未完全正確之題數，並於此時扎穩腳步往上爬，慢慢進步，始能在最後一次測驗中獲得佳績。雖然第二次測驗中，得 3 分之題數較第一次少一半，但往後測驗中，S2 能逐次進步，減少解題方向未完全正確之題數，增加解題方向完全正確之題數，顯見 S2 透過數學寫作教學，在第二次測驗後已漸漸提升其學習成效。

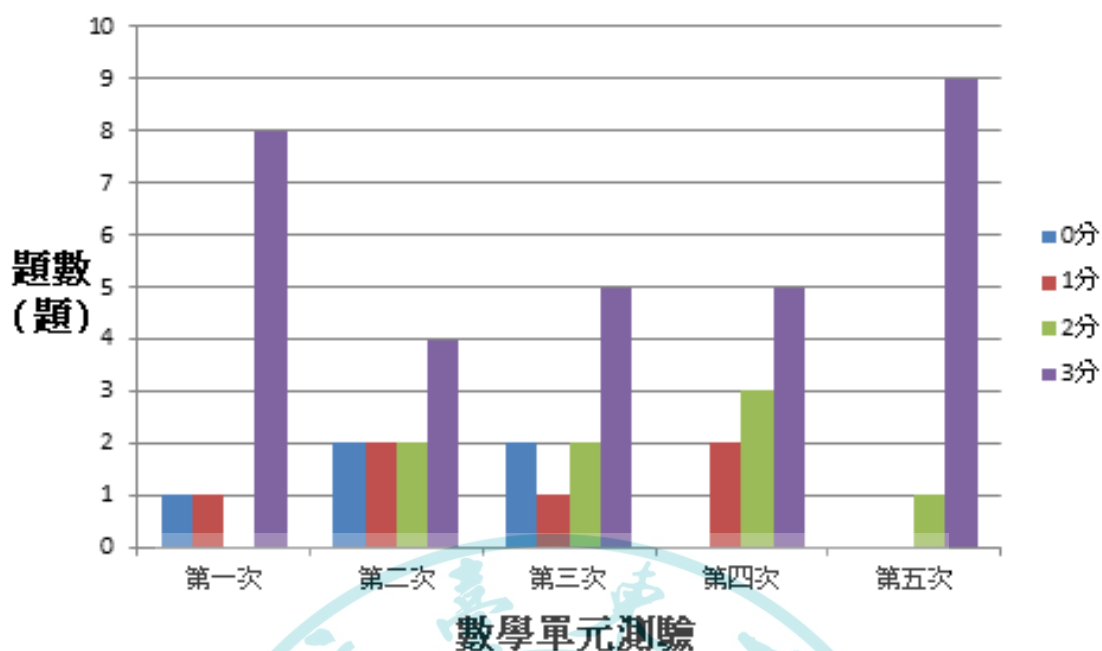


圖 18-S2 歷次數學單元測驗中符合評分標準之題數

透過 S2 在歷次數學單元測驗的成績與數學單元測驗中符合評分標準之題數來分析其在數學領域之學習成效，S2 在第一次測驗表現出數學學習表現中程度學生之能力，但在第二次測驗中成績卻驟降，爾後成績卻一直小幅躍進，甚至到最後一次測驗時成績能大幅提升，作答情形也能正確提取題目資訊，然後用個人能理解的解題方法解決問題。數學寫作教學一開始執行時尚未能提升 S2 的學習成效，甚至成績還驟降，但在中期時能慢慢提升 S2 之學習成效，漸入佳境後，在最後一次測驗中大大提升 S2 之成績，作答情形也大大改善，愈能正確掌握解題方向。

三、小結

在第一次測驗中，該單元為符號代表數，在解題時須先將符號依題意放入等式中，再求符號的答案。此次 S1 得分較 S2 低，其中有 5 題是解題方向與答案正確，但解題過程不完整，此時是數學寫作教學初期，S1 能掌握題意，訂定解題計畫，卻未能確實執行解題計畫，粗心大意，以至於 5 題都僅能拿下 2 分。而 S2 多能依題意列出含有符號之等式，並求出符號的答案。

第二次測驗中，該單元為表面積，計算表面積時較一般式子為冗長，透過圖形提取解題所需資訊尚需花一些心力，10 題關於表面積之文字題確實對五年級

學生來說較吃力，執行至後面題目時，學生已心力憔悴。此測驗 S1 與 S2 皆得 18 分，成績皆未表現出該學習程度之水準，但 S2 能得到與 S1 相同成績，顯示 S2 在該單元學習並無表現較高程度學生差。

最後三次測驗分次是小數、生活中的大單位、比率與百分率。S1 在三次測驗中皆穩拿 29 分，而 S2 則是小幅進步，最後亦拿下 29 分。S1 與 S2 在數學寫作教學前期，未能提升學習成效。但進入中後期後，數學寫作教學開始奠實中程度學生該單元的數學概念，解題方向漸趨合理，進而提升學習成效；並維持高程度學生 S1 的學習表現水準，不若數學寫作前期時，學習成效出現大幅下降之情形（如圖 19）。

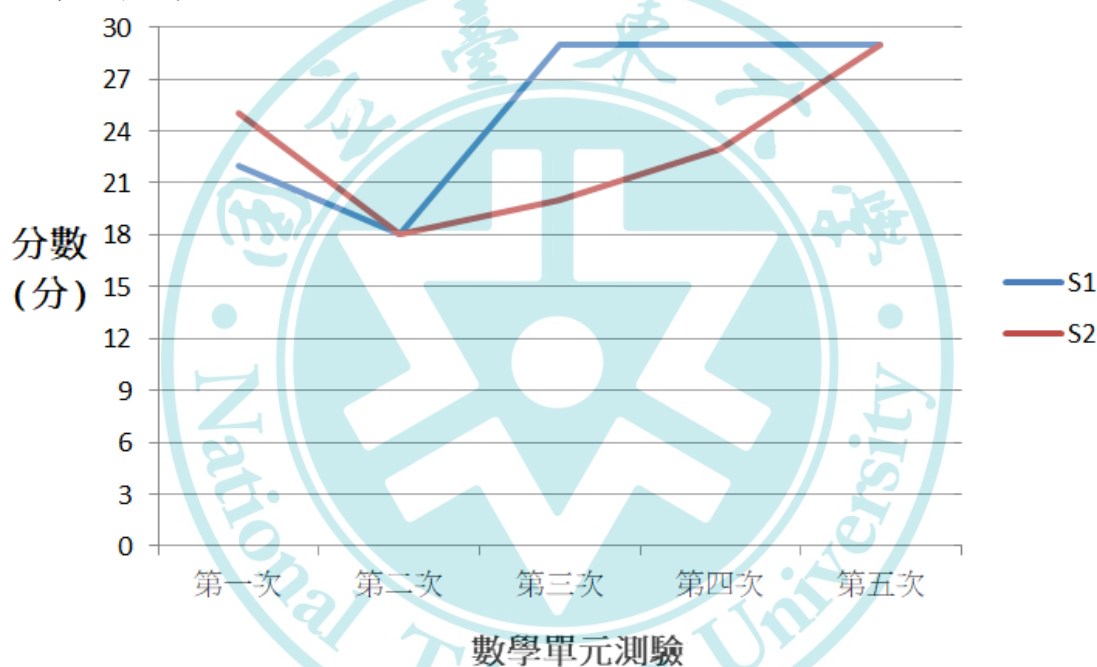


圖 19-S1、S2 歷次數學單元測驗成績表現

此結果與過去文獻結果中表示數學寫作確能提升學生的數學學習成效類似（呂守純，2007；陳文章 2010；郭室宜，2008；楊德清、姜淑珍，2008；蕭明芳，2016；Dougherty, 1996; Havens, 1989）。另外，在本研究中亦發現透過數學寫教學能穩定高程度學生的學習成效，並提升中程度學生的學習成效，與呂守純（2007）；蔡昀辰（2014）；蕭明芳（2016）；曾玉庭（2018）研究結果類似。透過數學寫作教學的歷程，學生將已習得的數學知識進行編碼、組織而獲致屬於自己的數學概念，而在輸出過程中，亦須不斷反思、釐清，以做有條理、清楚的敘

述，進而與他人建立溝通。因此，在寫作過程中，學生是不斷的自我對話，與過去學習經驗中，將教師教導的解題方法套用在題目中截然不同，學生要知道為什麼要這樣用？怎麼用？還可以用在什麼地方？

而在數學寫作的歷程中，研究者與林姿飴、楊德清（2005）；魏宗明（1997）；Azzolion(1990)；Borasi & Rose(1989)；Miller(1991)指出寫作教學能及時診斷學生的迷思概念與學習問題，了解學生的思維，而學生在寫作中所提供的回饋也能作為教師調整教學模式的參考，以提升學生的有效學習，使 S1 能穩定其學習表現，而使 S2 不斷的進步。

研究中也發現二位學生解題能力漸佳與洪宗賢（2011）；黃千芳（2007）；黃麗紅、溫嫩純、施皓耀（2008）；蔡昀辰（2014）研究結果類似，學生能更掌握題意，以正確的解題方向進行解題。

第二節 臺東縣二位國小五年級學生在不同的數學寫作方式下之表現

本次研究中，研究對象皆進行數學寫作 20 篇，其中解釋性寫作占 7 篇、偵錯式寫作 5 篇、擬題式寫作 4 篇、總結式寫作 4 篇。另外，在每篇數學寫作單中皆有數學日誌-「我想說…」，以表達學生在學習、寫作時之情緒、困難與問題。學生訂正部分會以便利貼貼上，以不妨礙研究者了解學生寫作時的原始想法。以下分別就二位學生在不同數學寫作上之表現進行分析。

一、臺東縣二位國小五年級學生在解釋性寫作下之表現

解釋性寫作命題方式以使學生回顧數學概念並將習得的數學知識組織，透過文字、算則或圖說明數學概念或解決問題，回答較具開放性。以下就研究對象在解釋性寫作單之解題能力、解釋說明、概念獲得及學習反映的表現作分析。

（一）解題能力

1. 學生 S1

S1 於第一篇解釋性寫作中能掌握題意，正確提取助於解題之資訊，依題意列出算式，再轉為求 y 之算式，並求出正確答案（如圖 20）。

2: 軍軍的一卡通中原本有 57 元，搭公車從寧埔國小到界橋後剩 46 元，請問軍軍這次搭公車花多少錢？請用一種符號代表搭公車花的錢，並列出一個包含符號的算式進行解題。

$$57 - y = 46$$
$$y = 57 - 46 = 11$$

A: 11元

我想說... 寫算式的時候會忘記用符號表示

圖 20-1080325-解 1-S1

T:「題目有哪一些資訊可以幫助你解題？」S1:「原本有 57 元、搭公車從寧埔到界橋剩 46 元、這次搭公車花多少元、用一種符號代表搭公車花的錢，好。」

T:「還有嗎？」S1:「列出一個包含符號的算式進行解題。」(1080325-解 1-S1 晤)

S1 執行解題後，自信認為其答案是對的，但並未進行反思驗證答案。但 S1 知悉驗證答案的方法與驗證方法背後的想法。

T:「你算出來的答案有沒有符合題目要的？」S1:「有。」

T:「你有什麼檢查的方法嗎？」S1:「沒有。」

T:「那你怎麼知道你算出來的 11 元就是題目問的搭公車的錢？」

S1:「... (思考中)，ㄉ...，我沒有算。」

T:「如果要檢查的話，你會怎麼檢查？」S1:「用算的。」

T:「怎麼算呢？」S1:「11+46 如果等於 57，答案就是對的。」

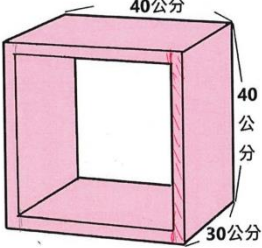
T:「11+46=57 這個算式代表的是什麼？」(1080325-解 1-S1 晤)

S1:「搭公車的錢加剩下的錢，如果等於原本的錢，答案就對。」

S1 於第三篇寫作中能掌握題意，正確提取部分題目中的解題資訊，雖未說

出題目的問題為解題資訊，但從其解題過程可知 S1 了解題目想求的，擬出解題步驟後依次執行解題計畫，列出正確算式，計算過程與答案出現錯誤(如圖 21)。

Q: 來一杯咖啡店訂製了如下圖的書櫃數個，老闆想將此書櫃的表面全漆上紛紅色油漆，因此想知道一個書櫃的表面積是多少，這樣才知道要買多少的油漆。我們一起來協助老闆算算看吧!(此書櫃的厚度均為 1 公分)



Handwritten solution notes:

有4個一樣的面
我先把外部的面: $(40 \times 30) \times 4 = 280 \times 4 = 1120$
減掉被遮的面
再算內部的面: $40 - 2 = 38$ $38 \times 30 \times 4$
= 1140×4 內部面積
= 4560
最後全部加起來:
邊框的面積 $1120 + 4560 = 5680$
= 5680 cm^2

我想說... 作這種題目都要看很久看得懂

圖 21-1080410-解 3-S1

T:「題目中有提供那些資訊可以幫助你解題?」S1:「沒有,啊!不對,這個圖上面的長度,還有厚度 1 公分。」T:「這邊的 40 乘 30 是指什麼?」

S1:「這個和這個(指著圖形上的長和寬)。」T:「所以 40 乘 30 算出來是什麼?」

S1:「這片圖形的面積。」T:「你寫有 4 個一樣的,是指哪 4 個?」

S1:「1、2、3、4(指圖形上的 4 個面)」(1080410-解 3-S1 晤)

S1 在計算邊框面積時,切成 4 條 40 平方公分與 4 條 38 平方公分面積的圖形,將圖形有效的切割使其計算面積的列式較簡單明瞭。

T:「那邊框的面積部分你怎麼算?為何用 40 乘以 4?」(1080410-解 3-S1-晤)

S1:「我把邊框切掉,前面有兩條,後面有兩條,就有 4 條。」

S1 有列出正確算式,也對部分題目中未出現但算式中出現的數字說明,例

如算式 $(40 \times 30) \times 4$ 中的4，S1說明4是指有4個一樣的面，但亦有省略部分算式，計算邊框的算式中呈現 40×4 ，省略計算其中一條邊框邊框的面積 40×1 。

T：「注意看這個邊框的圖形，它有長也有寬。」

S1：「對啊，它的寬就是1公分啊！所以面積是40（平方公分）。」

T：「對，所以在列式時，要怎麼讓別人能更清楚你怎麼算？」

S1：「哦！所以我應該要寫40乘1再乘以4。」1080410-解3-S1 晤

S1於解題後自信認為其答案是對的，並未做其他驗證方法檢驗其答案。

T：「你覺得你的答案有符合題意嗎？」S1：「有，合理。」

T：「你有什麼檢查的方法？」S1：「沒有。」（1080410-解3-S1 晤）

S1於第五篇寫作第一小題中能掌握題意，正確提取題目中的解題資訊，列出正確算式並計算出正確答案（如圖22，頁65）。

T：「你覺得有那些資訊可以幫助你解題？」（1080508-解5-S1 晤）

S1：「小青的體重是43公斤，可以說是多少公噸，是多少公克。」

S1雖有列出正確算式，但省略部分算式，題目中並未提到43/1000公噸，但等式中出現43/1000公噸等於0.043公噸，省略 $43 \div 1000$ 的算式。

T：「可以說是多少公噸的時候，你的算式是怎麼做的？」

S1：「嗯，就是， $43 \div 1000$ 。」T：「老師沒看見你寫 $43 \div 1000$ ？」

S1：「對，我沒寫。」（1080508-解5-S1 晤）

S1於解題後，不清楚自己的答案是否正確，也並無驗證其答案是否正確，雖知道驗證答案的方法，也知道透過驗證能更掌握答案，但卻因惰於再算一次，所以寧可喪失答對的機會也不願再算一次。

T：「你覺得你的回答有符合題意嗎？」S1：「不知道。」

T：「你有做任何檢查或判斷的動作嗎？」S1：「沒有。」

T：「那如果你檢查的話，你會怎麼檢查？」

S1：「就是再算一次，看兩次答案有沒有一樣。」

T：「為什麼沒有再算一次？」S1：「因為，因為，算完就好啦！」

T：「可是如果確定自己有寫對，或是透過檢查發現自己有錯誤的地方

趕快修正，答對的機會就更高？」S1：「對啊！」（1080508-解5-S1 晤）

T:「那為什麼不透過檢查可以更掌握自己的答案，也不容易有粗心大

意的地方？」S1:「…(聳肩)，懶惰，呵呵呵(露齒笑)。」

Q:小青的體重是43公斤。

(1)小青的體重可以說是多少公噸？也可以說是多少公克？

(把換算過程記錄下來)

$$\frac{43}{1000} \text{ 公噸} = 0.043 \text{ 公噸}$$

$$1000 \times 43 = 43000 \text{ 公克}$$

$$A: \begin{cases} ① 0.043 \text{ 公噸} \\ ② 43000 \text{ 公克} \end{cases}$$

(2)去郵局寄掛號信用“公克”為重量單位；砂石車過磅用“公噸”為重量單位；而我們量體重是用“公斤”為重量單位，一樣都是秤重量卻用不同的單位？解釋看看你的想法。

如果每個物品都用公斤、公克、公噸作為單位這會很難算、很難講、還會看不懂，所以它會分大單位、小單位專用的重量單位。

我想說...有比公噸更大的重量單位嗎?

圖 22-1080508-解 5-S1

S1 於第七篇寫作中能掌握題意，正確提取題目中的解題資訊，擬出解題步驟後依次執行解題計畫，列出正確算式，計算過程與答案亦對(如圖 23，頁 66)。

解題中能詳細列出算式說明題目中位出現但算式中出現之數字，例如說明一成等於 10% 等於 0.1 及透過 48 等於 48 與 72 小於 78 的比較過程才說明哪一家便利商店賣的冰比較便宜。即使已計算過的數字也再次列算式表示出來，每步驟算式皆很完整。解題後，對其答案有信心，知道驗證答案的方法，但未透過任何驗證方法檢查答案是否符合題意。

T:「你覺得你算出來的答案有沒有符合題目要問的？」S1:「有。」

T:「你有做任何檢查的動作嗎？」S1:「沒有。」(1080529-解 7-S1 晤)

T:「你怎麼知道答案有符合題意？」S1:「不知道。」(聳肩)

T:「那如果你要檢查的話，你會怎麼檢查？」S1:「…，也是再算一遍。」

Q1: 麗麗一家人五口到餐廳用餐,爸爸和媽媽看了菜單後,點了 320 元的餐點各一份,三個小孩也各點 150 元的兒童餐一份,菜單上並註明加收消費金額的一成服務費,請你幫忙麗麗試算,全家人這一餐共需花費多少錢?

$$(320 \times 2) + (150 \times 3)$$

$$= 640 + 450$$

$$= 1090$$

$$\text{一成} = 10\% = 0.1$$

$$1090 \times 0.1 = 109$$

$$1090 + 109 = 1199$$

$$4.1199 \text{ 元}$$

我先把爸爸媽媽的餐費加起來
 三個小孩的服務費也要加進來
 最後把餐費及服務費加在一起

Q2: 夏日冰品大特價, 77 便利商店推出第二件打六折優惠, 家家便利商店推出每件打八折優惠, 若老師想買 30 元的冰 2 支, 請問哪一家便利商店賣的冰比較便宜? 若老師想買 30 元的冰 3 支, 請問哪一家便利商店賣的冰比較便宜?

先把每支 (30) 元
 買 2 支 = 60 元
 買 3 支 = 90 元
 77 便利商店
 第二件打六折

$$(30 \times 0.6) \times 2 = 36$$

$$36 + 30 = 66$$
 家家便利商店
 每件打八折

$$(30 \times 0.8) \times 2 = 48$$

$$48 + 30 = 78$$

$$66 < 78$$
 若買 3 支

$$(30 \times 0.6) \times 3 = 54$$

$$54 + 30 = 84$$

$$(30 \times 0.8) \times 3 = 72$$

$$72 + 30 = 102$$

$$84 < 102$$
 所以 77 便利商店比較便宜

我想說... 兩店都很會算

圖 23-1080529-解 7-S1

S1 在四篇解釋性寫作中, 解題能力佳, 能清楚掌握題意, 正確題取解題資訊, 擬定解題的計畫, 解題方向正確, 能分析圖形並做有效的切割做計算, 列出正確算式解決問題, 且多能計算出正確答案。但在寫作前期有出現計算錯誤、省略算式的部分, 到後期能透過算式、等式完整呈現解題過程。

S1 對其解題後的答案有信心, 多認為其答案是符合題意, 知道至少一種驗證答案的方法, 也知道透過驗證能更掌握答案, 但卻寧可喪失答對的機會也情於驗證答案是否符合題意。S1 在多步驟解題的驗證方法是再算一次, 在較簡易的題型中能知道透過逆運算驗證答案, 但無透過估算或是在多步驟解題中分次用逆運算驗證, 用比再算一次來驗證較不冗長的方法, 因此 S1 才會較情於驗證。研究者雖在教學後期提供其他驗證方法, 但成效不彰, 驗證答案的習慣須慢慢培養, 因此無法一蹴可幾, 讓學生學習多種驗證答案的方法, 能使學生透過多種面向思

考問題，也能培養學生有多元及良好的解題與反思能力，

2. 學生 S2

S2 於第一篇解釋性寫中能掌握題意，正確提取助於解題之資訊，依題意列出算式，再轉為求 y 之算式，並求出正確答案（如圖 24）。

{}: 軍軍的一卡通中原本有 57 元，搭公車從寧埔國小到界橋後剩 46 元，請問軍軍這次搭公車花多少錢？請用一種符號代表搭公車花的錢，並列出一個包含符號的算式進行解題。

$$\begin{aligned} 57 - n &= 46 \\ n &= 57 - 46 \\ n &= 11 \end{aligned}$$

我想說...
如果要把一個東西當作符號，就要先用符號在前面

圖 24-1080325-解 1-S2

T:「題目有哪些資訊可以幫助你解題？」S2:「...，57 元。」(1080325-解 1-S2 晤)

T:「什麼的 57 元？」S2:「一卡通中原本有的 57 元。」T:「還有嗎？」

S2:「從寧埔到界橋剩 46 元、搭公車花多少錢。」T:「還有嗎？」S2:「沒了。」

S2 執行解題後，能在心中透過逆運算來驗證答案。

T:「那你覺得答案有沒有符合題目的意思？」S2:「有。」

T:「你怎麼知道 11 是正確的答案？」S2:「 $46+11$ 啊！」T:「 $46+11$ 然後呢？」

S2:「就是原本的 57 元哪！」(1080325-解 1-S2 晤)

T:「你的意思是說如果是原本的 57 元，答案就是對的，是嗎？」S2:「對。」

T:「那你算完 n 等於 11 時，你有沒有驗算？」S2:「沒有。」T:「為什麼沒有驗算？」

S2:「我用心算啊！」T:「你在心裡做驗算是嗎？」S2:「對。」

S2 於第三篇寫作中能掌握題意，正確提取部分題目中的解題資訊。擬出解題步驟後依次執行解題計畫（如圖 25），第一步驟中有透過圖畫表示此算式想求的面積，並列出正確算式。

1: 來一杯咖啡店訂製了如下圖的書櫃數個，老闆想將此書櫃的表面全漆上粉紅色油漆，因此想知道一個書櫃的表面積是多少，這樣才知道要買多少的油漆。我們一起來協助老闆算算看吧！（此書櫃的厚度均為 1 公分）

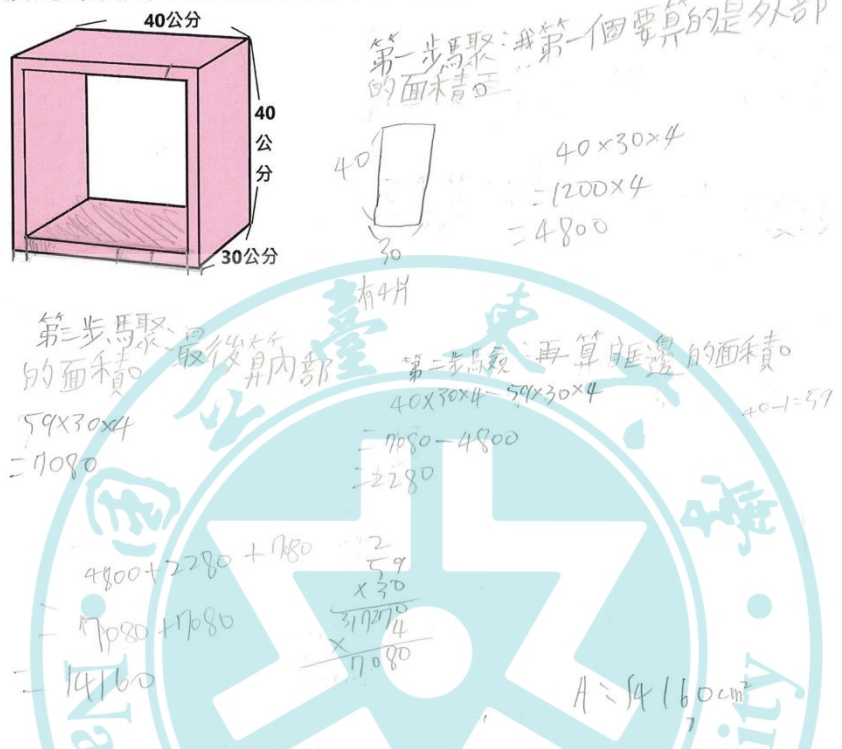


圖 25-1080410-解 3-S2

T:「題目中有哪些資訊可以幫助你解題？」S2:「它的長度。」(1080410-解 3-S2 晤)

T:「哪裡的長度？」S2:「書櫃的長、高、寬。」T:「還有嗎？」S2:「還有厚度。」

第二步驟中計算書櫃邊框的面積，S2 認為邊框面積可透過外側表面積減內側表面積，研究者判斷 S2 知道邊框屬書櫃的表面積的一部份，但無法正確分析如何求出邊框部分的表面積。

T:「第二步驟中你寫說算邊框的面積，你說的邊框是指哪裡？」

S2「這個啊！（手指著左側邊框畫下）」

T:「你怎麼算邊框的面積， $40 \times 30 \times 4$ 是指什麼？」

S2「外部減內部就等於邊框啊。」T:「外部是指哪裡？」

S2 手指著書櫃外側的面。 T：「內部是指哪一部份？」

S2：「裡面的面（手指著書櫃內側的面）。」（1080410-解 3-S2 晤）

T：「把外部的面積減掉內部的面積就等於邊框的面積？」 S2：「對。」

第三步驟中能理解有 4 塊相同的內側表面積，但對圖形不甚理解，以致誤判其長為 40 公分減厚度 1 公分，使最後總合的表面積答案也錯誤。

T：「算式中的 59 是指什麼部分？」

S2：「40 公分減厚度 1 公分，咦？是 39 公分。」（1080410-解 3-S2 晤）

S2 於解題後，對其答案有信心，且有錯誤迷思認為有經過直式計算過的答案不會有問題，因此雖然知道驗證答案能幫助自己知道答案對不對，但因有透過直式計算過，所以未再透過其他驗證方法檢查答案是否符合題意。

T：「你覺得你的答案有符合題意嗎？」 S2：「有。」

T：「你怎麼知道你的答案有符合題意？」 S2：「不知道。」

T：「你有再算一次或其他檢查的方法嗎？」 S2：「沒有。」

T：「你覺得有驗算過答案，可不可以幫助你知道答案對不對？」

S2：「...，可以。」 T：「那為什麼沒有做驗算？」（1080410-解 3-S2 晤）

S2：「有用直式算啊！」 T：「你是說有用直式算就不會錯嗎？」

S2：「對。」 T：「你為什麼覺得用直式算就不會錯？」 S2：「...，...。」

S2 於第五篇寫作第一小題中能掌握題意，正確提取題目中的解題資訊，列出正確算式並計算出正確答案（如圖 26，頁 70）。雖有列出正確算式，但省略部分算式，題目中並無出現 1000 的數字，但算式中出现 1000 做計算，應表示出 1 公噸=1000 公斤。

S2 於解題後，對其答案有信心，但未透過驗證方法檢查答案是否符合題意。

T：「你覺得你的回答有符合題意嗎？」 S2：「有。」

T：「你有用什麼檢查方法檢查答案嗎？」 S2：「沒有。」（1080508-解 5-S2 晤）

Q：小青的體重是 43 公斤。

(1) 小青的體重可以說是多少公噸？也可以說是多少公克？
(把換算過程記錄下來)

Handwritten notes:
 $43 \div 1000 = 0.043$
把 43 公斤換成公噸
A: 0.043 公噸
 $1000 \times 43 = 43000$
把 43 公斤換成公克
43000 公克

(2) 去郵局寄掛號信用”公克”為重量單位；砂石車過磅用”公噸”為重量單位；而我們量體重是用”公斤”為重量單位，一樣都是秤重量卻用不同的單位？解釋看看你的想法。

Handwritten notes:
掛號信用不能用 kg，如果的話會變小數，這樣不好念了。
那砂石車過磅為何用”公噸”？如果 100 公噸的砂石車用公斤的話會很多很多。
量體重用公斤，如果公斤換成公噸的話會變成 0.01 的話會不好念，不好算。

我想說... 43 公斤是幾公噸？到最後才知道是 0.043 公噸。
一開始我們知道 43 公斤是幾公噸？到最後才知道是 0.043 公噸。

圖 26-1080508-解 5-S2

S2 於第七篇寫作中，能掌握題意，正確提取題目中的解題資訊，第一題未擬解題計畫，但第二題中有呈現。列出正確算式，雖省略部分等式說明一成=10%
 $\% = \frac{10}{100}$ 、六折=60% $= \frac{60}{100}$ 、八折=80% $= \frac{80}{100}$ ，但在第二題有寫出比較過程說明哪一家便利商店的冰比較便宜，另外，在寫作單中計算過程與答案皆對，能確切掌握解題方向進行解題（如圖 27，頁 71）。

T：「那你覺得有哪些資訊可以幫助你解題？」

S2：「爸媽點了 320 元的餐點，三個小孩點了 150 元的兒童餐，然後一成服

務費。」T：「還有嗎？」S2：「全家人共花多少錢。」（1080529-解 7-S2 晤）

S2 解第二小題時，能透過前面已計算出 77 便利商店賣的第二支冰打六折的錢，再加上第一支與第三支冰的錢，靈活運用已計算出的資訊來解題。

全家這一餐共需花費多少錢？
 $(320 \times 2) + (150 \times 3)$
 $= 640 + 450$
 $= 1090$
 這在算爸馬黑占了320元餐黑占
 三個小孩黑占了150元的兒童餐加
 一成月服務費。
 $1090 + 109 = 1199$
 $A: 1199$ 元

30 元的冰 3 支，請問哪一家便利商店賣的冰比較便宜？

30 × $\frac{60}{100} = \frac{1800}{100} = 18$ 元

18 + 30 = 48

老師買兩支冰，但 99 便利商店推出第二件打六折，所以先算第一支冰是多少元，再把第一支冰價金裁加回來。

30 × $\frac{60}{100} = \frac{1800}{100} = 18$

18 + 60 = 78

因為老師買 3 支冰，所以 99 便利商店第二件打六折，第二支冰我 18 元，剛好再加 60 × 2 = 60

4 = 一樣便宜，家家便利商店

30 × 2 = 60

60 × $\frac{90}{100} = \frac{5400}{100} = 54$

家家便利商店推出每件打八折，所以先算 30 × 2 = 60

再算 60 × 90% = 48 元

48 = 48

18 + 60 = 78

因為老師買 3 支冰，所以 99 便利商店第二件打六折，第二支冰我 18 元，剛好再加 60 × 2 = 60

4 = 一樣便宜，家家便利商店

我想說...全部都黑商

我想說...全部都黑商

圖 27-1080529-解 7-S2

對其計算出的答案有信心，知道可以透過再算一次做檢查，
查答案是否有符合題意。

覺得你算出來的答案有符合題意嗎？」S2：「有。」

有做檢查的動作嗎？」S2：「沒有。」

T:「你覺得你算出來的答案有符合題意嗎？」 S2:「有。」

T：「那如果要請你檢查的話，你會怎麼檢查？」

T:「再算一次做檢查是嗎？」 S2:「對啊！」 (1080529-解 7-S2 唔)

71

S2 對其解題後的答案有信心，多認為其答案是符合題意，但卻不知道自己為何知道答案是正確的，知道可透過逆運算及再算一次來驗證，也知道驗算能幫助自己知道答案對不對，但僅在第一次寫作中有提到在心中執行驗算部分，到後面皆表示並未檢驗答案，其中，S2 有錯誤迷思認為有透過直式計算的答案不會錯，因此未做驗算。研究者在教學後期提供其他驗證方法，但成效不彰，驗證答案的習慣須慢慢培養，無法一蹴可幾，讓學生學習多種驗證答案的方法，能使學生透過多種面向思考問題，也能培養學生有多元及良好的解題與反思能力，

透過數學寫作教學，S1 能更清楚表現其解題過程，而 S2 在其解題能力上也漸漸提升。

(二) 解釋說明

1. 學生 S1

S1 於第一篇寫作中（如圖 20，頁 62），並無在寫作單呈現其解題想法、列算式之目的與想法，但有在晤談時說明。

T：「你寫的 $57-y=46$ 這個算式是在說什麼？」

S1：「搭公車的時候原本 57 塊變 46 塊，然後呢，就拿 y 當作搭公車的錢，然後把它減掉後就剩 46。」

T：「這一行算式中你是寫 $57-y=46$ ，到了下一行算式你是寫 $y=57-46$ ，為何你先寫第一行算式？後來又用第二行算式找 y ？」（1080325-解 1-S1 晤）

S1：「第一行算式沒有辦法找 y ，要用原本的錢減剩下的錢算出 y 。」

S1 於第二篇寫作中（如圖 28，頁 73），透過算式說明體積、容積、容量與表面積，僅能說明體積、容積、容量與表面積的求法，並無將體積、容積、容量與表面積的概念說明清楚。

S1 於第三篇寫作中（如圖 21，頁 63），有流暢呈現其解題想法，並部分寫出列算式之目的，未說明列算式之想法，但有在晤談時說明。

T：「這邊的 40×30 是指什麼？」S1：「這個和這個（指著圖形上的長和寬）。」

T：「所以 40×30 算出來是什麼？」S1：「這片圖形的面積。」

T：「寫作單上寫有 4 個一樣的面，是指哪 4 個？」

S1：「1、2、3、4（指圖形上的 4 個面）」（1080410-解 3-S1 晤）

Q: 欣欣的爸爸買了一個釣魚用的冰箱(有蓋,如下圖),欣欣對爸爸買的冰箱很好奇,想知道這個冰箱的體積、容積、容量、表面積,如果你是欣欣的爸爸,你會如何告訴他?

厚度1公分

52cm

47cm

32cm

$(52-2) \times (47-2) \times (32-2)$
 $= 50 \times 45 \times 30$
 $= 2250 \times 30$
 $= 67500 \text{ cm}^3$

容積、容量

$(52 \times 47 \times 2) + (32 \times 47 \times 2) + (32 \times 52 \times 2)$
 $= 4968 + 3008 + 3328$
 $= 11104 \text{ cm}^2$

表面積

$\begin{array}{r} 52 \\ \times 47 \\ \hline 364 \\ 208 \\ \hline 2384 \end{array}$

$\begin{array}{r} 52 \\ \times 32 \\ \hline 104 \\ 1040 \\ \hline 1664 \end{array}$

$\begin{array}{r} 47 \\ \times 32 \\ \hline 94 \\ 940 \\ \hline 1504 \end{array}$

我想說...一直搞不小重表面積

圖 28-1080403-解 2-S1

S1 於第四篇寫作中(如圖 29, 頁 74),能以文字說明小數乘法的計算概念,計算中有透過輔助記號表示計算過程的想法,但被乘數的 $\times 10$ 記號標錯在乘數位,敘述上欠缺完整性與流暢性。

S1 於第五篇寫作單第一小題中(如圖 22, 頁 65),並無對解題作說明。而在第二題解釋不同重量單位的應用概念時,以總括來做說明,對於 S1 所說之很難算、很難講、還會看不懂部分並未清楚說明。

S1 於第六篇寫作(如圖 30, 頁 74)首次透過圖畫輔助並引用生活中常見事物說明面積單位的大小概念,說明上具流暢性,但未再詳加說明大一點部分是大多少。

Q：請計算 25.7×6 ，並將計算過程中的想法寫出來。

$$\begin{array}{r} 25.7 \\ \times 6 \\ \hline 154.2 \end{array}$$
 要讓 25.7 正數乘完後在乘 $\frac{1}{10}$ 結果
 寫案

我想說... 小數乘法很難寫

圖 29-1080422-解 4-S1

Q：有一個小弟弟問你：「1 平方公尺、1 公畝、1 公頃和 1 平方公里到底有多大？」
你會怎麼跟這小弟弟說呢？

1 平方公尺就是教室大一點
 1 公畝就是教室大一點
 1 公頃大約是 10 個操場大
 1 平方公里大約是 100 個操場大

我想說... 量教室、操場很無聊

圖 30-1080510-解 6-S1

S1 於第七篇寫作單中（如圖 23，頁 66），有流暢說明解題想法，但未說明其列算式之目的與想法，僅在晤談時說明。

T：「買 3 支的時候呢？ $(30 \times 0.6) + 30 \times 2$ ，算式中的 30×0.6 是指什麼？」

S1：「77 便利商店第 2 支的錢。」 T：「那 30×2 呢？」

S1：「第一和第三支的錢。」 （1080529-解 7-S1 晤）

S1 在簡易解題中皆未呈現解題想法、列算式之目的與想法，僅在晤談時說明，表示 S1 了解自己的解題但未在寫作單中呈現。而在多步驟解題的問題中（第三篇與第七篇解釋性寫作）的解題中，能流暢呈現其解題想法，在第三篇中部份呈現其列算式之目的，而第七篇中未呈現其列算式之目的與想法，S1 在解題時的解釋說明部分雖能流暢呈現但不完整，且表現並無太大改變，而在概念解釋上的解釋說明上一開始以算式，進而能用文字輔以符號，最後透過文字敘述加上圖畫，概念解釋的說明上越來越豐富，說明上也越流暢。

2. 學生 S2

S2 於第一篇寫作單中（如圖 24，頁 67），並無在寫作單呈現其解題想法、列算式之目的與想法，但有在晤談時說明。

T：「將算式 $57 - n = 46$ 代表的意思完整地說完。」（1080325-解 1-S2 晤）

S2：「一卡通中原本有 57 元，減了搭公車從寧埔到界橋的錢，剩下 46 元。」

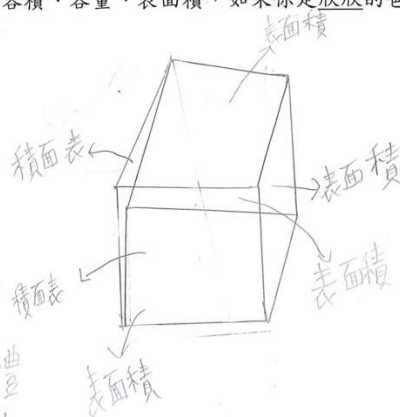
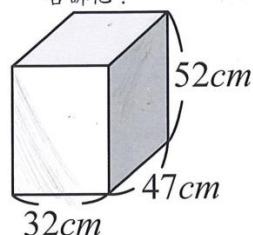
S2 於第二篇寫作中（如圖 31，頁 76），以文字與圖畫表示概念，在表面積部分以圖畫為主、文字為輔呈現，表示此冰箱的表面積指的是這 6 個面。體積部分解釋錯誤，而體積說明下方的圖畫未標示出說明哪一個概念，解釋容量概念僅以單位作說明。S2 能以文字加上圖畫作概念解釋，但部分概念解釋有誤與欠缺完整性。

S2 於第三篇寫作單中（如圖 25，頁 68），有呈現其解題想法，但並未寫出列算式之目的與想法，僅在晤談時說明。

T：「這加法算式是在算什麼？」 S2：「把外部加邊框再加內部面積。」

T：「加起來得到的是什麼？」 S2：「書櫃的表面積。」 （1080410-解 3-S2 晤）

Q: 欣欣的爸爸買了一個釣魚用的冰箱(有蓋,如下圖),欣欣對爸爸買的冰箱很好奇,想知道這個冰箱的體積、容積、容量、表面積,如果你是欣欣的爸爸,你會如何告訴他?



因為本質在說物體佔
放進去的空间大小

容量在說升、毫升度。



我想說...

表面積是在說它的表面的面積。

圖 31-1080403-解 2-S2

S2 於第四篇寫作中(如圖 32, 頁 77), 透過輔助記號表示計算過程的想法, 但在文字敘述上欠缺完整性, 也未將被乘數乘以 10 之目的是要使其變整數, 而在最後將計算出的數字乘以 $\frac{1}{10}$ 以還原其答案說明出。

S2 於第五篇寫作單中(如圖 26, 頁 70), 將第一小題的算式之目的作說明, 而在第二題說明不同重量單位的應用概念部分, 說明流暢, 但僅對掛號信使用公斤為單位會變小數而不好念, 未對其他情境說明。

T: 「算式 $1000 \times 43 = 43000$, 是在算什麼?」

S2: 「1 公斤=1000 公克, 有 43 公斤, 所以 1000×43 。」 (1080422-解 5-S2 晤)

S2 於第七篇寫作單中(如圖 27, 頁 71), 在第一小題說明列算式之目的, 而在第二題部分呈現完整流暢的解題想法, 也將列算式之目的與想法說明, 雖未對家家便利商店買三支冰計算作說明, 但敘述上較以往進步很多。

Q：請計算 25.7×6 ，並將計算過程中的想法寫出來。

$$\begin{array}{r} 25.7 \\ \times 6 \\ \hline 1542 \end{array} \begin{array}{l} \times 10 \\ \hline \end{array}$$

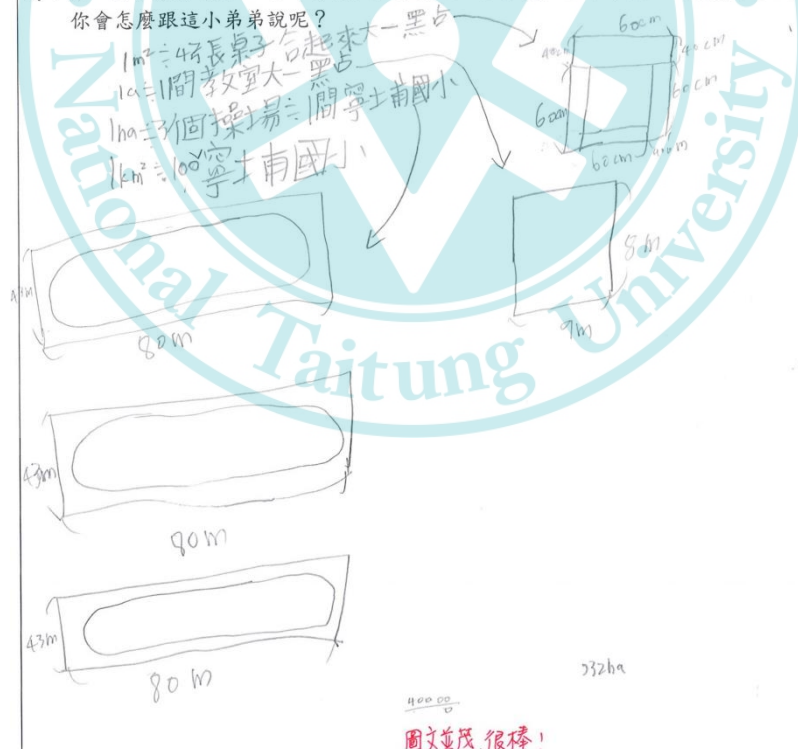
因為乘10的時候小數黑點會往7的後面這樣比較好算，算完再乘 $\frac{1}{10}$ 小數黑點就到2的前面。

我想說...

一開始學小數乘法很難，到最後就很簡單了

圖 32-1080422-解 4-S2

Q：有一個小弟弟問你：「1 平方公尺、1 公畝、1 公頃和 1 平方公里到底有多大？」
你會怎麼跟這小弟弟說呢？



我想說...

如果沒有這些單位就不知道一個農地有多大了

圖 33-1080510-解 6-S2

S2 在解釋性寫作的解釋說明上明顯進步，文字敘述上漸趨完整流暢且正確，而加上圖畫作說明更明白 S2 想表達的想法，也讓 S2 更清楚自己在想什麼、想的對不對，S2 後期的數學寫作已無需太多的補充與訂正。

透過數學寫作教學，學生解釋說明方式豐富，文字敘述流暢。學生試著將解題想法與概念說明清楚使他人了解，而在不斷的反覆思考如何解釋說明中，學生確實不斷釐清自己的解題想法與概念，使其對所學了解，也更能以自己的話表達解題想法與概念，學生已能將教師所授之知識內化為個人的知識。

(三) 概念獲得

1. 學生 S1

S1 於第二篇寫作中（如圖 28，頁 73），透過算式表達對體積、容積、容量與表面積的概念，S1 表示無其他方式表達，研究者判斷 S1 過去未對數學概念作說明，因此就過去學習經驗使其對數學概念以算式作說明，研究者依此判斷 S1 過去對數學概念的獲得是以算式建立，過去學習數學上以解題為導向，因此會以算式作為對數學概念的理解。

T：「說說看為何想要用算的告訴欣欣這個冰箱的體積、容積、容量、表面積？」

S1：「嗯？ㄗ？（結巴），因為找不到其他方法。」（1080403-解 2-S1 晤）

而在進行此篇寫作單，研究者僅說明表面積的概念，並未對表面積的求法作說明，但 S1 已能以完整的算式表示表面積的求法，可知 S1 已理解表面積概念，但對其他已學習過的體積單位表示錯誤，而容積、容量無法釐清。

T：「算容積和容量的時候為何會一起算？」

S1：「因為容積就是它裡面的整個啊！然後容量的意思跟容積差不多。」

T：「那容積和容量的差別在哪裡？」S1：「ㄟ（挑眉思考）。」

T：「差不多是指一樣還是有差別？」S1：「一樣。」

T：「你覺得容積的就是容量的意思？」S1：「對啊！」（1080403-解 2-S1 晤）

S1 於第四篇寫作中（如圖 29，頁 74），透過符號將小數乘法的計算概念表示，再透過文字表達此概念，S1 雖能理解小數乘法的計算概念，但文字表達不清楚。

T：「你在這邊畫了一個箭頭，這個箭頭代表什麼意思？」（手指著 152.2 的部分）

S1：「縮小回去。」T：「為何要縮小回去？」

S1：「才是真正的答案，因為剛剛放大 10 倍。」(1080422-解 4-S1 晤)

S1 於第五篇寫作中（如圖 22，頁 65）透過文字總體敘述來說明對不同重量單位應用的概念，對此概念理解清楚。

第六篇寫作中（如圖 30，頁 74）透過文字將面積單位與生活實物作比較，使其對不同面積單位的大小更有感受，再透過畫出生活實物之面積的圖，協助理解不同面積單位的大小。

S1 在數學寫作初期透過算式表達對數學概念的獲得，接著再以文字加上符號說明，進而以上位概念透過文字作說明，最後還能以圖畫協助說明以比較，對數學概念的獲得更具體化。

2. 學生 S2

S2 於第二篇寫作中（如圖 31，頁 76），透過文字敘述體積概念，但說明錯誤，再以單位說明容量概念，但說明不完整。而在表面積部分以圖畫為主，文字為輔作說明，雖圖畫不完全正確，但可知 S2 對表面積之概念已理解。

S2 於第四篇寫作單中（如圖 32，頁 77）透過符號將小數乘法的計算概念表示，再透過文字表達此概念，S2 知道在計算中把被乘數乘以 10 倍的用意是變整數算，但在說明概念時僅對計算作說明，而未對其背後的想法作解釋。

T：「為何老師教之後你會覺得很簡單？」S2：「老師有教啊！」

T：「還有嗎？」S2：「可以變成整數算哪！」(1080422-解 4-S2)

S2 於第五篇寫作中（如圖 26，頁 70）對不同重量單位的使用概念以文字敘述，以假設情境說明。而在第六篇寫作中（如圖 33，頁 77）透過文字將面積單位與生活實物作比較，圖畫表示清楚，使其對不同面積單位的大小更有感受，再透過畫出生活實物之面積的圖，並將文字敘述與圖結合，協助理解不同面積單位的大小。

S2 在數學寫作初期能透過文字與圖畫表示數學概念，但有表達錯誤、不完整之情況，在持續透過數學寫作教學下，能將數學概念透過文字敘述與圖畫結合並清楚呈現，

透過數學寫作教學，可發現學習表現高程度的學生 S1 多以文字表達其數學

概念，而學習表現中程度的學生 S2 則會有圖畫協助其說明數學概念，雖 S1 也有以圖畫表示，但透過圖畫表達的數學概念較 S2 少。而學生在透過數學寫作教學中，試著表達個人對學習內容所理解的數學概念，促進學生將學習進行編碼，在輸出過程中不斷釐清對學習內容的理解，使學生在後期的寫作中說明數學概念時，能以清楚、多元表徵、正確的方式作解釋。

(四) 學習反映

1. 學生 S1

S1 在第一篇（如圖 20，頁 62）、第二篇（如圖 28，頁 77）與第四篇（如圖 29，頁 74）我想說部份表示學習上的困難，教師再透過晤談深入了解，並給予學生鼓勵與協助。

T：「我想說的部份，你說你一直搞不懂表面積，是指搞不懂表面積的哪一個部分？」 S1：「不知道表面積在指哪裡。」

T：「你不知道表面積在指哪裡，可是你的算式寫得很正確。我們上課時說到表面積的表，是指什麼表？」 S1：「外表。」

T：「（拿出一個長方體的零食包裝）那這個包裝盒的外表是指哪裡？」

S1：「全部都是。」 T：「全部都是，所以連裡面也是？」

S1：「沒有，就這外面薄薄的一片。」 T：「所以表-面積是指什麼？」

S1：「外表薄薄一片的面積。」 （1080403-解 2-S1 晤）

在第三篇（如圖 21，頁 63）我想說部份表示對寫作的困難，提供研究者在寫作題材的難易度上做調整；在第五篇（如圖 22，頁 65）則表示對學習的興趣，進而讓學生去思考數學的實用性，是否有比公噸更大的重量單位存在的必要。

T：「你在我想說的部份說，有比公噸更大的重量單位嗎？為什麼你知道有沒有？」 S1：「因為好玩哪！」 T：「你覺得會不會有呢？」

S1：「（歪頭）…，應該不會。」 （1080508-解 5-S1 晤）

第六篇（如圖 30，頁 74）則呈現對課程活動的感受，以提供研究者在教學活動上的呈現作調整；最後在第七篇（如圖 23，頁 66）表示對寫作題材的回應。

T：「最後你在我想說的部份說，商店很會騙人，這句話什麼意思？」

S1：「在第二題發現，有些打折很低，買不一樣的數量的時候，就會比另外一個打折

的錢還多。」

(1080529-解 7-S1 晤)

S1 在我想說部份呈現多面貌的學習反映，S1 已理解數學概念並能列出算式解題，但仍表示對學習不理解，研究者研判 S1 對數學學習較無自信，但對於課堂上未學習部分會有興趣想知道。

2. 學生 S2

S2 在第一篇中（如圖 24，頁 67）語意表達不清楚，研究者須透過晤談了解其想法。

T：「請你解釋我想說的部份中，一盒東西是什麼？」S2：「餐盒啊！」

T：「為什麼要把一盒餐盒當符號？」S2：「…(沉默不語)。」

T：「你看得懂自己寫的嗎？」S2：「看不懂。」

T：「請你再說一遍我想說的部份，你會怎麼說？」

S2：「把自己不知道的東西當符號算。」(1080325-解 1-S2)

在第二篇中（如圖 31，頁 76）呈現數學概念說明；第三篇中（如圖 25，頁 68）呈現對寫作的困難，提供研究者在寫作題材的難易度上做調整；第四篇（如圖 32，頁 77）、第五篇（如圖 26，頁 70）中呈現個人對學習前後的改變，顯示其在數學學習上的信心；第六篇（如圖 33，頁 77）則呈現對學習內容的應用，可知 S2 能將學習內容與生活情境連結。

T：「沒有這些單位就沒辦法知道農地有多大，為什麼要知道農地有多大？」

S2：「可以分給種別的菜啊！」T：「知道農地有多大就可以分給種別的菜？」

S2：「可以種別的東西啊！」T：「你覺得阿公知道農地有多大可以做什麼事？」

S2：「可以種各種東西啊！」

T：「所以你的意思是說，我要種東西要知道農地有多大，然後才能分配我種的菜？」

S2：「對。」(1080510-解 6-S2 晤)

第七篇（如圖 27，頁 71）透過寫作題材聯想生活情境作回應。

S2 在我想說部份亦呈現多面貌的學習反映，在敘述表達上也越來越清楚，雖有表達出寫作上的困難，但其中呈現個人學習前後的改變與學習到的知識較多，研究者研判 S2 對數學學習較具自信，能自我覺察學習前後的改變。

透過數學日誌-我想說部份讓學生做學習反映的呈現與研究者進行學習心情

上的溝通，與魏宗明（1997）;Pugalee(1998)指出寫作能促進師生間的溝通類似，使研究者能顧及學生學習時的心理層面，以穩定學生學習心情助其學習。

（五）小結

臺東縣國小五年級學生在解釋性數學寫作表現中，可發現 S1 學生解題過程呈現更詳細，解釋說明元素豐富、流暢，概念理解多以文字敘述呈現，並能以總體概念做說明，雖對學習表現較無信心，但對學習是有興趣的。而 S2 學生在解題表現上越來越完整、正確，解釋說明也漸趨完整流暢且正確與林冠汝（2011）；邱嫻滋（2016）；曾玉庭（2018）研究相仿，能輔以圖畫作說明更清楚，概念理解上除文字敘述外，還輔以圖畫做更清楚呈現，對個人的學習表現有自信。透過數學寫作提升學生的表達能力與姜淑珍、劉燕芬、楊德清（2005）；紀詩蕙（2009）；楊素禎（2013）；蕭明芳（2016）;Havens(1989)研究結果類似，且學生寫作內容元素豐富，能透不同表徵來描述其想法與林冠汝（2011）；邱嫻滋（2016）；胡湘采（2017）；曾玉庭（2018）；鄭惠芬（2005）研究結果類似。

二、臺東縣國小五年級學生在偵錯式寫作下之表現

偵錯式寫作命題方式以判斷答案是否合理，並讓學生閱讀他人的解題過程找出錯誤的地方並說明理由，再提供個人修正的解題方法。以下就研究對象在偵錯式寫作單之提取錯誤、偵錯理由、概念理解及學習反映的表現作分析。

（一）提取錯誤

1. 學生 S1

S1 第一篇寫作中（如圖 34，頁 83）表示解題過程不合理，並正確指出不合理處。第二篇寫作中（如圖 35，頁 83），對艾艾說法僅表示邊 AN 和邊 ML 疊合在一起是不合理，但對邊 AN 和邊 ML 一樣長未表示不合理，未完全正確的提取錯誤。第三篇寫作中（如圖 36，頁 84）表示解題過程不合理，且正確提取錯誤。第四篇寫作中（如圖 37，頁 84）正確提取錯誤，並將後續錯誤部分皆提出。第五篇寫作（如圖 38，頁 85）正確提取錯誤部分，但後續第二小題回答部分的錯誤未提出。

Q：彥彥解了一個題目，題目是

「寧寧國小畢業旅行需花費 7500 元，共有 y 人參加，並由參加的人平均分攤費用，每人平均需繳 1500 元。請列出等號左邊含有 y 的算式，並再算出 y 。」
 以下是彥彥的解題過程，請你判斷彥彥的解題過程是否合理？如果不合理，請你試著修正彥彥的解題過程，或是提出你的解題方法，並說明你的理由。

彥彥的解題

① $7500 \div y = 1500$

② $y = 7500 \times 1500$

$= 11250000$

答： $y = 11250000$

①我覺得彥彥的解題過程 不合理。
 為什麼？

他把 $7500 \div 1500$ 寫成 7500×1500

②我修正的解題過程或解題方法

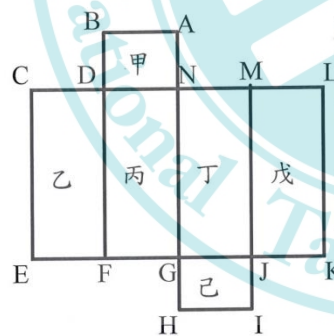
$$7500 \div 1500 = 5$$

$$A: y = 5$$

我想說... 算出符號的數字可以用馬路算

圖 34-1080327-偵 1-S1

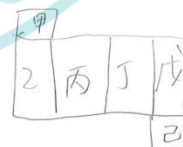
Q：下圖是一個長方體的展開圖，有三位小朋友將這展開圖摺成長方體後做說明，請你判斷誰說的是否合理？如果不合理，請你修正他的說法，並說明你的理由。



艾艾：展開圖的邊 AN 在摺成長方體後，會和邊 ML 疊合在一起，所以邊 AN 和邊 ML 一樣長。不合理，AN 會和 MN 疊在一起。

藏藏：展開圖在摺成長方體後，乙面的對面是丁面，而且乙面和丁面的面積一樣大。合理。

莎莎：長方體的展開圖只有這一種。不合理。



我想說... 折圖形很好玩

圖 35-1080408-偵 2-S1

Q：彥彥解了一個題目，題目是

「寧寧今天看了一部電影，影片播映長度是 105 分鐘，105 分鐘又可以用小數表示為多少小時。」

以下是彥彥的解題過程，請你判斷彥彥的解題過程是否合理？如果不合理，請你試著修正彥彥的解題過程，或是提出你的解題方法，並說明你的理由。

彥彥的解題

$$105 \div 60 = 175$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ 60 \overline{) 105} \\ \underline{60} \\ 450 \\ \underline{420} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array}$$

答：175 小時

①我覺得彥彥的解題過程 不合理。
為什麼？

他沒把小數點點上去。

②我修正的解題方法及想法

$$\begin{array}{r} 1.75 \\ 60 \overline{) 105} \\ \underline{450} \\ 420 \\ \underline{420} \\ 0 \end{array}$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

$$105 \div 60 = 1.75$$

圖 36-1080429-偵 3-S1

下面是仁仁的解題，請問仁仁解題部分是否有不合理的地方，請圈出來，並提出你的理由，再將合理的解題方式清楚寫出來。

台東豐年機場占地約 1 平方公里 55 公頃，桃園國際機場面積是台東豐年機場的 8 倍，請問桃園國際機場面積占地約多少平方公里？

仁仁解題

$$\begin{array}{r} \text{km}^2 \quad \text{ha} \\ 1 \quad 55 \\ \times \quad 8 \\ \hline 8 \quad 440 \\ 12 \quad 40 \end{array}$$

$$40 \text{ha} = 4000 \text{km}^2$$

$$12 \text{km}^2 + 4000 \text{km}^2 = 4012 \text{km}^2$$

$$\text{答：約 } 4012 \text{km}^2$$

1. 不合理的理由：40ha 不會等於 4000km²。

2. 合理的解題：

$$\begin{array}{r} \text{km}^2 \quad \text{ha} \\ 1 \quad 55 \\ \times \quad 8 \\ \hline 8 \quad 440 \\ 12 \quad 40 \end{array}$$

$$40 \text{ha} = 0.4 \text{km}^2$$

$$12 \text{km}^2 + 0.4 \text{km}^2 = 12.4 \text{km}^2$$

$$\text{答：約 } 12.4 \text{km}^2$$

我想說... 這個單元很簡單

圖 37-1080513-偵 4-S1

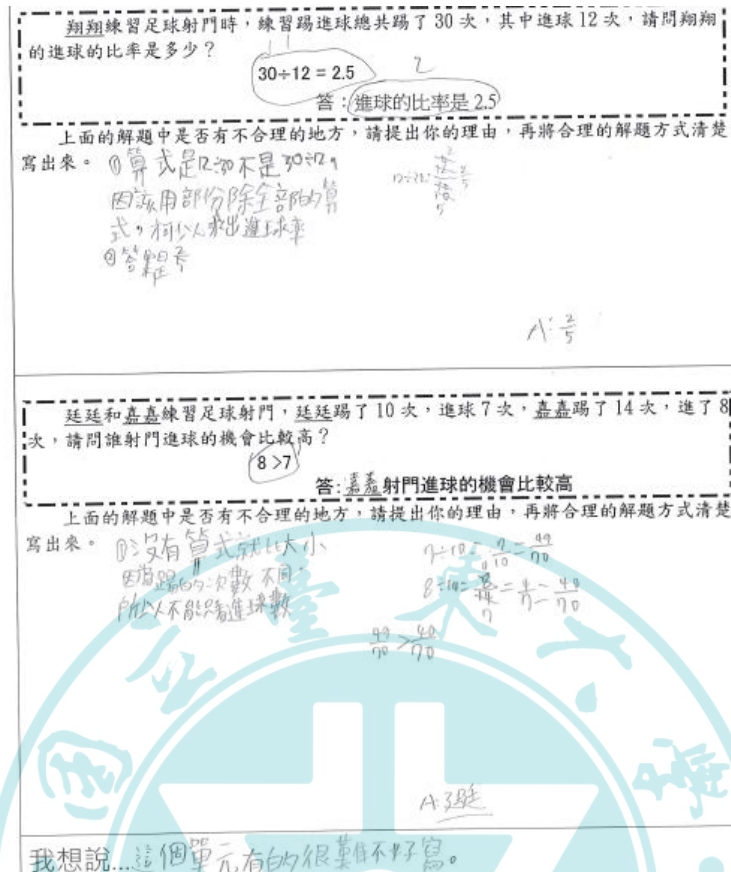


圖 38-1080522-偵 5-S1

S1 於五篇偵錯式寫作單中，多能正確提取錯誤部分，能閱讀他人的解題過程，並判斷其合理性。

2. 學生 S2

S2 第一篇寫作中（如圖 39，頁 86）表示解題過程不合理，並寫出 750 不應該是乘 1500，正確指出不合理處。S2 第二篇寫作中（如圖 40，頁 86）對艾艾的說法表示不合理，但僅寫出邊 AN 和邊 ML 疊合在一起是不合理，對邊 AN 和邊 ML 一樣長未表示不合理。對莎莎的說法表示不合理，並畫出其他展開圖以表示不合理處。在此篇寫作單中，S2 未完全正確的提取錯誤。第三篇寫作中（如圖 41，頁 87）未正確提取錯誤，S2 表示其解題過程為合理。第四篇寫作中（如圖 42，頁 87），正確提取題目中錯誤部分，並將後續錯誤部分皆提出。

Q：彥彥解了一個題目，題目是

「寧寧國小畢業旅行需花費 7500 元，共有 Y 人參加，並由參加的人平均分攤費用，每人平均需繳 1500 元。請列出等號左邊含有 Y 的算式，並再算出 Y 。」
 以下是彥彥的解題過程，請你判斷彥彥的解題過程是否合理？如果不合理，請你試著修正彥彥的解題過程，或是提出你的解題方法，並說明你的理由。

彥彥的解題

$$\textcircled{1} 7500 \div Y = 1500$$

$$\textcircled{2} Y = 7500 \times 1500$$

$$= 11250000$$

答： $Y = 11250000$

①我覺得彥彥的解題過程 不合理。
 為什麼？

因為 7500 不應該乘 1500，應該是除 1500

②我修正的解題過程或解題方法

$$7500 \div Y = 1500$$

$$7500 \div 1500 = Y$$

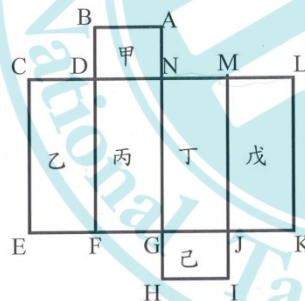
$$Y = 5$$

我想說...

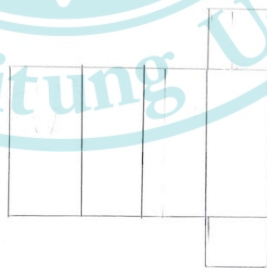
如果 $90 \div a = 9$ 是要 $90 \div 9$ 算 a 是多少

圖 39-1080327-偵 1-S2

Q：下圖是一個長方體的展開圖，有三位小朋友將這展開圖摺成長方體後做說明，請你判斷誰說的是否合理？如果不合理，請你修正他的說法，並說明你的理由。



艾艾：展開圖的邊 AN 在摺成長方體後，會和邊 ML 疊合在一起，所以邊 AN 和邊 ML 一樣長。因為 AN 應該和 ML 一樣長。
 威威：展開圖在摺成長方體後，乙面的對面是丁面，而且乙面和丁面的面積一樣大。
 莎莎：長方體的展開圖只有這一種。不合理



我想說...

折圖也可以一直剪

圖 40-1080408-偵 2-S2

Q: 彦彦解了一個題目，題目是「寧寧今天看了一部電影，影片播映長度是105分鐘，105分鐘又可以用小數表示為多少小時。」

以下是彦彦的解題過程，請你判斷彦彦的解題過程是否合理？如果不合理，請你試著修正彦彦的解題過程，或是提出你的解題方法，並說明你的理由。

彦彦的解題

$$105 \div 60 = 175$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ 60 \overline{) 105} \\ \underline{60} \\ 450 \\ \underline{420} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array}$$

答：175 小時

①我覺得彦彦的解題過程 合理。
為什麼？
因為也可以不用把175變小數。

②我修正的解題方法及想法

$$\begin{array}{r} 1.75 \\ 60 \overline{) 105} \\ \underline{60} \\ 450 \\ \underline{420} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array}$$

A: 1.75 小時

我想說... 有些題目可以不用變小數

圖 41-1080429-偵 3-S

下面是仁仁的解題，請問仁仁解題部分是否有不合理的地方，請圈出來，並提出你的理由，再將合理的解題方式清楚寫出來。

台東豐年機場占地約1平方公里55公頃，桃園國際機場面積是台東豐年機場的8倍，請問桃園國際機場面積占地約多少平方公里？

仁仁解題

	km ²	ha
×	1	55
	8	440
	12	40

$40ha = 4000km^2$
 $12km^2 + 4000km^2 = 4012km^2$

答：約 4012km²

1.不合理的理由：

40ha 要換成 km² 的話要除 100 而不是乘 100
作 8 乘 0.1km² 160ha 換成 1.6km² 小數
的換法不對 1km² 換成 100ha 所以是
0.01km² = 1ha 換成是 0.01km² 乘 40 等於
0.4km² 1ha 換成 0.01km² 乘 40 等於
要乘 100

2.合理的解題：

$$\begin{array}{r} 1km^2 \quad 100ha \\ 1 \quad 100 \\ \times \quad 8 \\ \hline 8 \quad 440 \\ 12 \quad 40 \end{array}$$

$$40ha \div 100 = 0.4km^2$$

$$12km^2 + 0.4 = 12.4km^2$$

$$A: 12.4km^2$$

我想說... 這個題目簡單很多

圖 42-1080513-偵 4-S2

S2 於第五篇寫作中（如圖 43，頁 88），正確提取錯誤部分，但第二小題錯誤部分的後續回答未提出。

翔翔練習足球射門時，練習踢進球總共踢了 30 次，其中進球 12 次，請問翔翔的進球的比率是多少？

$30 \div 12 = 2.5$

答：進球的比率是 2.5

上面的解題中是否有不合理的地方，請提出你的理由，再將合理的解題方式清楚寫出來。

廷廷和嘉嘉練習足球射門，廷廷踢了 10 次，進球 7 次，嘉嘉踢了 14 次，進了 8 次，請問誰射門進球的機會比較高？

$8 > 7$

答：嘉嘉射門進球的機會比較高

上面的解題中是否有不合理的地方，請提出你的理由，再將合理的解題方式清楚寫出來。

我想說... 我算比率的會搞錯

圖 43-1080522-偵 5-S2

S2 於五篇偵錯式寫作中，多能正確提取錯誤部分，能閱讀他人的解題過程，進而判斷其合理性。

S1 與 S2 多能正確提取錯誤部分，其中 S1 正確提取錯誤部分較 S2 佳，而二位研究對象在寫作前三篇仍有未完全正確提取錯誤部分，但至寫作後期已能正確提取錯誤。

（二）偵錯理由

1. 學生 S1

S1 於第一篇寫作中（如圖 34，頁 83），表示其不合理理由為 $7500 \div 1500$ 寫成 7500×1500 ，僅對算式提出修正，但未說明為何應以 7500×1500 之算式求 y，

不合理理由未說明完整。

第二篇寫作中（如圖 35，頁 83）合理說明艾艾說法不合理的理由是邊 AN 會和邊 MN 疊在一起，但認同邊 AN 和邊 ML 一樣長。另外透過繪出另一種展開圖推翻莎莎的說法，但未說明繪製另一種展開圖的用意。

T：「但艾艾除了說邊 AN 會和邊 ML 疊合在一起，那長度呢？邊 AN 和邊 ML 一樣長是合理的嗎？」S1：「合理的啊」（1080408-偵 2-S1 晤）

第三篇寫作中（如圖 36，頁 84）表示其不合理理由為沒把小數點點上去，僅對算式提出修正，然後呈現正確的計算過程說明小數點放置位子，未說明為何要放小數點、小數點應如何放置，不合理理由未說明完整。

第四篇寫作中（如圖 37，頁 84）說明不合理理由是 40 公頃不會等於 4000 平方公里，在合理解題中呈現正確的換算等式，但未呈現換算的過程。

第五篇寫作中（如圖 38，頁 85），在第一題部份分別針對提取錯誤做說明，在說明 $30 \div 12 = 2.5$ 不合理的理由為：算式是 $12 \div 30$ 不是 $30 \div 12$ ，因（應）該用部分除（以）全部的算式，才可以求出進球率。除了提出正確算式外，也說明為何應以此算式計算。在第二題部分對 $8 > 7$ 提出不合理的理由為：沒有算式就比大小，因為踢的次數不同，所以不能只看進球數。提出在踢球數不同情況下是不能僅比較進球數來說明進球率。

S1 在寫作初期說明不合理理由不盡完整，難以說服提取部分是錯誤的。寫作後期說明詳細，除了提出正確算式外，還能說明為何應以 S1 所提之算式解題，也說明為何不能使用題目中的解題方式。對於提出不合理理由部分，S1 會以舉他例來支持不合理的理由。

2. 學生 S2

S2 在第一篇寫作中（如圖 39，頁 86），說明其不合理理由為：因為 7500 不應該是乘 1500，應該是除（以）1500。提出正確算式，但未說明為何應用 $7500 \div 1500$ 這算式的想法。

第二篇寫作中（如圖 40，頁 86）合理說明莎莎說法不合理的理由為（邊）AN 應該是跟（邊）NM，但未對邊 AN 和邊 ML 一樣長提出不合理的理由。另外透過繪出另一種展開圖推翻莎莎的說法，但未說明繪製另一種展開圖的用意。

T：「艾艾後面說，邊 AN 和邊 ML 是一樣長，這句話是合理的嗎？」

S2：「不對。」

(1080408-偵 2-S2 晤)

第三篇寫作中（如圖 41，頁 87）認同彥彥的解題過程，因此未提出不合理的理由。第四篇寫作中（如圖 42，頁 87），提出不合理理由為：40 公頃要變平方公里的話要除（以）100 而不是乘（以）100，假如 1 平方公里=100 公頃要變小數的話就除（以）100，所以是 0.01 平方公里=1 公頃，就是 0.01 平方公里乘（以）40 等於 0.4 平方公里，1 公頃乘（以）40=40 公頃，所以 40 公頃要除（以）100。S2 先將等式「1 平方公里=100 公頃」換成「0.01 平方公里=1 公頃」表示，再將「0.01 平方公里=1 公頃」換成「0.4 平方公里=40 公頃」，因此 40 公頃是透過將 40 除以 100 得到 0.4 平方公里。S2 除了提出正確的換算方式，也表示出為何應如此換算的原因。

第五篇寫作中（如圖 43，頁 88），在第一題所提之不合理理由為：進球的比率不是用踢球次數除以進球次數，而是進球數除以踢球數。說明進球率的正確算式，說明流暢，但未說出比率的概念。在第二題中所提之不合理理由為：不是看進球數，而是看進球的比率來比較。說明應透過進球率來比較誰射門進球較厲害，說明流暢，但未說明為何應用進球率來比較。

S2 在寫作初期說明不合理理由不盡完整，僅提出正確的解題方法，但未說明題目中的解題方法為何錯誤，也未用數學概念作說明解釋，難以說服提取部分是錯誤的。寫作後期說明流暢，除提出正確算式外，能再說明為何應用此算式，但對於為何不能使用題目中之算式並未再說明。

在偵錯式寫作上，S1 說明不合理理由更完整，理由更充分說服所提取部分確實錯誤。S2 寫作後期說明不合理理由雖不完整，但與寫作前期相比有進步且文字敘述更流暢。

（三）概念理解

1. 學生 S1

S1 於第一篇寫作中（如圖 34，頁 83），能將除數為符號的除法算式正確轉換求 y，但解題中未將 y 表示出來。S1 對於含有符號的除法算式轉換為求符號之算式的概念上是清楚的，能掌握題意進行解題，清楚乘、除算式的運用。

T：「為何要找 y 要用 7500 除以 1500？」

S1：「找人數要用全部的錢÷每個人繳的錢。」(1080327-偵 1-S1 晤)

第二篇寫作中（如圖 35，頁 83）對於平面展開圖組成立體的長方體，頂點、邊、面的位置概念有部分未釐清。但能透過一種展開圖表示出另一種展開圖
第三篇寫作（如圖 36，頁 84）在其修正的計算中，能將小數點放置正確位置，對整數除以整數，商是小數的除法概念清楚。第四篇寫作（如圖 37，頁 84）的合理解題中，S1 能將公頃正確換算成平方公里，對不同面積單位間的換算概念很清楚。第五篇寫作中（如圖 38，頁 85）能依情境合理應用比率的概念。

偵錯式寫作中可發現 S1 對學習之數學概念多數是清楚的，寫作前期尚有不清楚的數學概念，但至後期已能完全理解數學概念並做適當應用。

2. 學生 S2

S2 在第一篇寫作中（如圖 39，頁 86），能將除數為符號的除法算式正確轉換求 y，但解題過程中未將 y 表示出來。S2 對於含有符號的除法算式轉換為求符號之算式的概念上是清楚的，能掌握題意進行解題，清楚乘、除算式的運用。

第二篇寫作中（如圖 40，頁 86）對於平面展開圖組成立體的長方體，頂點、邊、面的位置概念清楚，也能透過一種展開圖表示出另一種展開圖。

第三篇寫作中（如圖 41，頁 87）對題意未完全掌握。

T：「最後答案是 175 個小時，所以 105 分鐘等於 175 個小時？」

S2「欸？不合理。」T：「你現在覺得哪裡不合理？」

S2「105 分鐘不可能是 175 個小時啊！」(1080429-偵 3-S2 晤)

對整數除以整數，商是小數的除法概念尚未釐清。

T：「你覺得 105 分鐘不可能是 175 個小時，那在彥彥的解題過程當中發生了什麼問題。」S2：「忘記把 175 變小數。」

T：「175 要怎麼變小數？」S2：「...。」(1080429-偵 3-S2 晤)

對已學習過時間換算的概念也不清不楚。

S2：「咳！算式寫錯啊！」T：「算式哪裡寫錯？」S2：「這兩個相反啊！」

T：「哪兩個相反？」S2 手指著 60 與 105。T：「為什麼要 60 除以 105？」

S2：「...。」(1080429-偵 3-S2 晤)

此篇寫作中呈現 S2 在部分數學概念上未釐清，也未掌握題意。

第四篇寫作中（如圖 42，頁 87）S2 能正確做出面積的乘法與單位換算，對此學習內容的數學概念清楚。第五篇寫作中（如圖 43，頁 88）能提出合理的解題，但對比率應用的概念尚待釐清。

S2 能理解部分學習中的數學概念，但對學習過的數學概念卻遺忘，部分數學概念未深入理解，知道要用進球率來比較，但未能說出為何要用進球率。

S1 的數學概念在寫作前期尚有待釐清部分，至寫作後期數學概念已學習紮實，更能依情境活用。S2 概念理解部分未透徹，但透過偵錯式寫作，研究者能察覺出 S2 的學習問題，及時對 S2 的學習問題進行指導，使 S2 進一步釐清學習內容。

（四）學習反映

1. 學生 S1

S1 於第一篇寫作（如圖 34，頁 83）的我想說表示：要算出符號的數字可以用驗算。語意表達不清，晤談後了解 S1 想表達學習內容。

T：「我想說的部份，你說要算出符號的數字可以用驗算，所以是用驗算來找符號

代表的數字嗎？」S1：「…，檢查符號的數字可以用驗算。」（1080327-偵 1-S1 晤）

第二篇寫作中（如圖 35，頁 83）的我想說表示：折（摺）圖形很好玩。表達對課程內容的感受。第三篇寫作中（如圖 36，頁 84）的我想說表示：小數除法好難算。表達對學習上的困擾。

T：「你在我想說的部份說，小數除法好難算，是指哪部分難算？」

S1：「要記得點小數點。」（1080429-偵 3-S1 晤）

第四篇寫作中（如圖 37，頁 84）的我想說表示：這個單元很難作。S1 在數學學習表現上屬高程度，但想清楚表達想說的，也是需要在心中不斷與自己對話，以釐清概念做清楚說明，由此可見 S1 在寫作上更小心仔細。

T：「我想說的部份，你說這個單元很難作，是指什麼部分很難作？」

S1：「要想不合理的理由。」T：「你覺得想不合理的理由很難作？」

S1：「對，要想清楚怎麼說。」（1080513-偵 4-S1 晤）

第五篇寫作中（如圖 38，頁 85）的我想說表示：這個單元有的很難不好寫。

對於學生目前生活中尚無感受的漲幅，難以理解其計算方法，常常思考著要除以原來的價錢還是漲價後的價錢。

T：「你在我想說的部份說，這個單元有的很難不好寫，你是指哪裡很難不好寫？」

S1：「...。」T：「是不好寫、不好算，還是題目看不懂？」S1：「不好寫。」

T：「哪裡不好寫？」S1：「很難解題啊！」T：「例如呢？」

S1：「之前的有啊！」T：「你是說之前哪裡的題目？」

S1：「課本跟習作，很像是漲幅的題目。」

T：「那題目會看不懂嗎？」S1：「看得懂但很難算。」

T：「為何會很難算？」S1：「不知道到底要除以哪一個。」（1080522-偵 5-S1 晤）

S1 在學習反映上真切表達對學習的困擾、對學習與寫作上的感受。透過 S1 的學習反映，研究者了解 S1 在寫作時是不斷的有進行自我對話，以釐清數學概念做清楚的說明，同時也了解 S1 的學習困難並給予協助，以順利進入下一階段的學習，也發現 S1 喜歡操作型的教學方式。

2. 學生 S2

S2 在第一篇寫作中（如圖 39，頁 86）的我想說語意表達不清楚，敘述上嚴重漏字，使學生也無法在晤談時看著寫作單清楚表達想說的。

T：「在我想說的部份，老師不太了解，請你再說清楚一點。」

S2：「把 a 放在 a 等於，a 等於，放在 90 前面哪！」

T：「你再重新說一次關於我想說的部份你想說什麼？」

S2：「如果 90 除以 a 等於 9 是要 90 除以 9 等於 a 是多少。」

T：「你試著先不要看你寫的寫作單，然後對老師再說一次你想說的？」

S2：「...，...，如果要找到 90 除 a 等於 9 的 a，可以用 a 等於 90 除以 9，就知道 a 是多少。」
（1080327-偵 1-S2 晤）

第二篇寫作中（如圖 40，頁 86）的我想說表示摺紙可以一直剪。表達對課程內容的感受。

T：「你在我想說的部份說，摺紙可以一直剪，請你再說清楚些。」

S2：「如果要得到更多的展開圖，就可以一直剪。」

T：「你的意思是說，想要有更多的展開圖，就像上課時操作的，把剪好的展開圖

黏成長方體，再用不同方式剪，是嗎？」

S2：「對。」 T：「那再請你說一次，把話說清楚些。」

S2：「...。」 T：「試試看，把剛剛想的整理成較順的句子說出來。」

S2：「如果還要再找出不一樣的展開圖，就可以一直...一直...剪哪！」

T：「那你覺得今天在嘗試很多不同的展開圖的過程中，你是覺得這個活動有給你什麼樣的感受嗎？」 S2：「很開心。」

T：「你覺得邊摺邊剪很開心？」 S2：「對。」 (1080408-偵 2-S2 晤)

第三篇寫作中（如圖 41，頁 87）的我想說表達對學習的數學概念不理解。

T：「你說有些題目可以變小數，是指那些題目可以變小數？」

S2：「有些答案可以變成小數。」

T：「是計算出來的答案是小數，還是本來不是小數的答案變小數？」

S2：「...，就原本是整數算出來是小數。」 (1080429-偵 3-S2 晤)

T：「你是說像這節課上整數除以整數，但算出來的答案是小數嗎？」 S2：「對。」

第四篇寫作中（如圖 42，頁 87）的我想說表示：這個題目簡單很多。表現出對學習上的自信。第五篇寫作中（如圖 43，頁 88）的我想說表示：我算比率的都會搞錯。S2 能發現自己學習上的容易出錯的地方，學生在解題時就會注意自己易犯錯的部分。

T：「你在我想說的部份說，我算比率的都會搞錯。你會搞錯什麼部分？」

S2：「那個啊！算幾折幾折的時候都會算錯啊！」

T：「是算錯還是算式不會寫？」 S2：「算錯啊！」 (1080522-偵 5-S2 晤)

T：「你的意思是說，算式你會列，可是中間的計算你會算錯？」 S2：「對。」

S2 在寫作前期的學習反映上敘述不完整，無法了解其所想表達的，到後期表達順暢但不完整。透過 S2 的學習反映，研判 S2 對學習上是有自信的，喜歡透過操作型的課程學習，能發現自己學習上的問題，但仍對部分學習概念不理解。

S1 與 S2 皆在學習反映上呈現學習上的問題、表達對操作型課程的喜愛與學習上的感受。另外可發現 S1 確實於寫作中不斷自我對話，以澄清概念作更清楚的說明。S2 另外表現出對學習上的自信與未理解的數學概念。

（五）小結

臺東縣二位國小五年級學生在偵錯式寫作表現中，可發現 S1 學生多能正確判斷出錯誤部分，對學習的數學概念清楚、紮實，不易被題目中的錯誤解題影響，且對數學知識能依生活情境靈活運用，說明理由前不斷在心中自我對話將數學概念釐清以清楚呈現其想法，理由漸趨完整、充分。

S2 學生提取錯誤部分也多能正確提取錯誤部分，但對學習的數學概念未深入理解，使其說明理由上較不完整、充分，但寫作後期敘述流暢，能透過數學概念說明不合理的理由而非指出正確算式而已。與該生在解釋性第二篇對表面積概念的描述是以圖形為主，文字為輔，而另外以圖表示容積卻未再以文字作說明，研究者研判 S2 在寫作初期透過文字敘述表達數學概念、想法有困難，在我想說部份亦出現同樣情況，因此透過圖畫來表示數學概念省略文字敘述上的困擾。圖示也能協助表達，但不若文字敘述清楚、完整，也無法持續在心中自我對話、釐清概念，因此 S2 在後期能透過數學寫作，表達出較完整、清楚、流暢的數學概念，並進而提升其數學學習成效。

三、臺東縣二位國小五年級學生在擬題式寫作下之表現

擬題式寫作命題方式以抽象的算式由學生自行擬定題目，使學生能閱讀算式並推演至生活情境中可能問題的解決方式，使抽象的數學算式更生活化、更實用性，學習的數學概念更具價值性。以下就研究對象在擬題式寫作單之算式理解、題目設計、解題及學習反映的表現作分析。

（一）算式理解

1. 學生 S1

透過 S1 在第一篇寫作（如圖 44，頁 96）的題目設計中，表示 S1 對 $24 \times b$ 部分能理解，晤談中也了解 S1 知道算式中 120 在其設計的題目中表示為全部的頁數，但在題目中最後問總共有幾頁？

T：「說說看你設計的題目中，是將 24 當作什麼？」S1：「把 24 當成頁數。」

T：「那 b 的部份呢？」S1：「本子的數量。」

T：「書本的數量（學生：嗯！）。所以一本書的頁數乘以書本的數量，這個算式

你想要知道什麼？」S1：「全部的頁數。」（1080328-擬 1-S1 晤）

T：「那算式中哪一個部份代表的是全部的頁數？」S1：「120。」

算式： $24 \times b = 120$

題目：一本書有24頁，有5本，總共有幾頁？(用b表示有幾本)

我想說... 出題會不知道怎麼出

圖 44-1080328-擬 1-S1

第二篇寫作中(如圖 45，頁 97)，將 28.5 的小數設為籃球場面積的長，再將算式「 28.5×3.8 」表示成小白菜一斤 28.5 元，買 3.8 斤的小白菜，而算式 28.5×3.8 代表買小白菜要花的錢，S1 對小數乘法算式的理解清楚，且能舉出三例生活情境中的小數。

第三篇寫作中(如圖 46)，S1 將 2 公噸 700 公斤合理表示成空卡車的重量。

T：「畫畫部分畫的很寫實，那你在卡車的旁邊寫 2 公噸 700 公斤指的是卡車的什麼部分？」S1：「卡車的重量。」

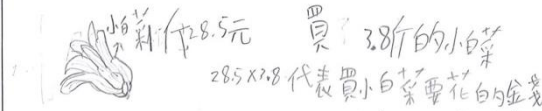
T：「這 2 公噸 700 公斤是指卡車的空車重量、貨物重量，還是有載貨物的總重量？」

S1：「空的卡車重量。」(1080516-擬 3-S1 晤)

1. 想想看，「28.5」這個小數可能出現在生活中的什麼地方？



2. 算式「 28.5×3.8 」可以想成哪一種問題情境的解題方式？



3. 請為算式「 28.5×3.8 」設計一個文字情境題，並進行解題。

媽媽買了 3.8 斤的小白菜，每斤 28.5 元，一共要多少元？

$$\begin{array}{r} 28.5 \\ \times 3.8 \\ \hline 2280 \\ 855 \\ \hline 10830 \end{array}$$

答：108.3 元

我想說... 小數除小數不好寫

圖 45-1080426-擬 2-S1

1. 想想看，「2 公噸 700 公斤」這個數字可能出現在生活中的什麼地方？



2 公噸 700 公斤

2. 算式「2 公噸 700 公斤除以 3」可以想成哪一種問題情境的解題方式？

$$2700 \div 3 = 900$$

2 公噸 700 公斤的菜分給 3 家

3. 請為算式「2 公噸 700 公斤除以 3」設計一個文字情境題，並進行解題。

2 公噸 700 公斤的白米分給 3 個社區，每個社區分到多少公斤的米？

$$2700 \div 3 = 900$$

$$2 \text{ 公噸 } 700 \text{ 公斤} = 2700 \text{ 公斤}$$

沒錯，公斤很簡單算

答：900 公斤

我想說... 用重量單位出題不好出

圖 46-1080516-擬 3-S1

接著又將算式「2 公噸 700 公斤除以 3」表示成將 2 公噸 700 公斤的（平）分給 3 家蔬菜店，最後一題又將算式放入分白米的問題情境，可知 S1 理解清楚算式在生活中的應用，且 S1 能將算式呈現在生活中合理化的問題情境。

T：「第三題部分怎麼不再用卡車的重量來出題？」

S1：「因為我不知道卡車除以 3，那個 900 是用在哪裡。」

T：「把卡車切 3 等份的重量也很奇怪，不太會有人去把卡車切 3 等份。」

S1：「對啊！」（1080516-擬 3-S1 晤）

S1 在思考算式可解決的問題情境時，（先計算出算式得到的答案，幫助逆向思考回答合理的問題情境。

T：「你為何會想先把算式算出來？」S1：「想不到啊！」

T：「想不到什麼？」S1：「想不到問題，。」

T：「為什麼先算 2 公噸 700 斤除以 3 可以幫助你回答？」（1080516-擬 3-S1 晤）

S1：「因為想不到要寫什麼，所以先寫這個算式找答案，再去想怎麼回答。」

第四篇寫作中（如圖 47，頁 99），將 25% 表示為花 25% 的零用錢、用了 25% 的布料，接著又將算式「 $40 \times 25\%$ 」表示成 40 公升的油中，取出 25% 做石油，欲解決做石油部分有多少公升的問題。

T：「所以 40 公升的油，25% 做石油，透過 $40 \times 25\%$ 這算式你是想知道什麼？」

S1：「做石油的有多少公升。」（1080524-擬 4-S1 晤）

最後又將算式表示成 40 公噸的油中，25% 的油是多少重量的問題情境。可知 S1 理解清楚算式在生活中的應用，對百分率概念亦清楚，最後將算式呈現在生活中合理化的問題情境。

S1 在歷次擬題式寫作中，越能呈現對算式的理解，清楚運用數學符號，合理舉出數字出現的生活情境中，且寫作後期還能將算式運用在解決二種生活情境問題，對學習的數學知識能合理的充分靈活運用於生活問題中。

1. 想想看，「25%」這個數字可能出現在生活中的什麼地方？

25%的白布用金線，用了25%的白布米斗

2. 想想看，什麼時候你會用「 $40 \times 25\%$ 」來解決問題？

40公升的油，25%估多少油

3. 請為算式「 $40 \times 25\%$ 」設計一個文字情境題，並進行解題。

有40公噸的油，其中25%的油給A加油站，A加油站合多少公噸？

$$40 \times 0.25 = 10$$

$$25\% = 0.25$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 0.25 \\ \hline 200 \\ 800 \\ \hline 10000 \end{array}$$

$$A: 10 \text{ 公噸}$$

我想說...比率很簡單

圖 47-1080524-擬 4-S1

2. 學生 S2

S2 在第一篇寫作單中（如圖 48，頁 100），在其設計題目中，將 24 表示為一箱的糖果數量，箱子數量 b 個，120 為 b 個箱子的糖果數，對算式「 $24 \times b = 120$ 」能理解。

T：「24 是指什麼？」S2：「24 顆糖果。」T：「一箱糖果有 24 顆是嗎？」

S2：「對。」T：「 b 呢？」S2：「 b 個箱子。」T：「120 是指什麼？」

S2：「120 顆糖果。」（1080328-擬 1-S2 晤）

第二篇寫作單中（如圖 49，頁 100），將小數 28.5 表示成籃球場的長 28.5 公尺，並將算式「 28.5×3.8 」延續第一題表示成求籃球場面積的問題情境，第三題亦是，算式理解正確，對小數 28.5 合理舉出生活中的例子。

算式： $24 \times b = 120$

題目：一個箱子有24顆糖果，b個箱子有幾顆糖果？

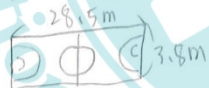
我想說...

要出題目時要給予什麼算式。

圖 48-1080328-擬 1-S2

1. 想想看，「28.5」這個小數可能出現在生活中的什麼地方？
會出現在籃球場長。

2. 算式「 28.5×3.8 」可以想成哪一種問題情境的解題方式？
籃球場長28.5公尺，寬3.8公尺，是多少平方公尺？



3. 請為算式「 28.5×3.8 」設計一個文字情境題，並進行解題。
籃球場長28.5公尺，寬3.8公尺，是多少平方公尺？

$$\begin{array}{r} 28.5 \times 3.8 = 98.3 \\ \begin{array}{r} 28.5 \times 10 = 285 \\ 3.8 \times 10 = 38 \\ \hline 285 \times 38 = 9830 \\ \hline 983.0 \end{array} \end{array}$$

A: 98.3平方公尺

我想說...這三個題目很簡單。

圖 49-1080426-擬 2-S2

第三篇中(如圖 50, 頁 101)將重量「2 公噸 700 公斤」表示載物後的貨車總重量, 再將算式「2 公噸 700 公斤除以 3」用於 2 公噸 700 公斤的汽油平分給 3 家加油站, 求每家所得的汽油重量, 最後第三題沿用第二題, 算式理解清楚。

1. 想想看, 「2 公噸 700 公斤」這個數字可能出現在生活中的什麼地方?



2. 算式「2 公噸 700 公斤除以 3」可以想成哪一種問題情境的解題方式?

有一輛由油槽車載 2 公噸 700 公斤的汽油平分給 3 個加油站, 每站可以分到幾公斤汽油?

3. 請為算式「2 公噸 700 公斤除以 3」設計一個文字情境題, 並進行解題。

有一輛由油槽車載 2 公噸 700 公斤的汽油平分給 3 個加油站, 每站可以分到幾公斤的汽油?

$2700\text{kg} = 2700\text{kg}$
 先把公噸換成公斤再把
 原來的 700kg 加起來。

$2700\text{kg} \div 3 = 900\text{kg}$
 這在算 2700kg 除以 3 個加油站
 每站可以分到幾公斤。

如果 2700kg 沒有換成 kg 會不好
 算。

$1 \times 900\text{kg}$

我想說...這題目很簡單

圖 50-1080516-擬 3-S2

第四篇寫作中(如圖 51, 頁 102), 將 25% 表示進球率、命中率, 將算式「 $40 \times 25\%$ 」表示成求踢球數 40 球, 進球率 25% 下的得分, 第三題亦沿用第二題, 算式理解清楚, 合理應用 25% 於生活的問題情境。

S2 於擬題式寫作中皆對算式理解清楚, 合理舉出生活情境中出現的數學數字, 及運用算式能解決的生活情境問題。

S1 與 S2 皆能理解算式, 並舉出運用算式能合理解決的生活問題。其中, S1 在擬題式寫作中能舉出可運用算式解決的不同生活情境問題, 能對數學知識作靈活應用, 不僅把數學知識當作個人的工具, 而且還是可實用的工具。

1. 想想看，「25%」這個數字可能出現在生活中的什麼地方？

進球率25%、命中率25%。
球

2. 想想看，什麼時候你會用「 $40 \times 25\%$ 」來解決問題？

本每西踢了40球，進球率25%，總共得了幾分？

3. 請為算式「 $40 \times 25\%$ 」設計一個文字情境題，並進行解題。

本每西踢了40球，進球率25%，總共得了幾分？

$$40 \times 25\% = 40 \times \frac{25}{100} = 10$$

A. 10分

我想說...我終於知道什麼是百分率。

圖 51-1080524-擬 4-S

(二) 題目設計

1. 學生 S1

S1 在第一篇寫作中（如圖 44，頁 96）的題目設計，句子不流暢，語意前後矛盾。建議應設計為：一本書有 24 頁，b 本一樣的書合起來是 120 頁，請問有幾本書？題目設計上較不符合生活情境中可能遇到的問題，S1 並未聯想到生活情境才依此出題。

T：「那你為何會想要用書本的頁數來出題目？」

S1：「想不到其他可以出的，。」

（1080328-擬 1-S1 晤）

第二篇寫作中（如圖 45，頁 97）的題目設計，有提供媽媽買菜的情境，但建議主角應改以餐廳，生活中較少家庭主婦會買至 3.8 斤的小白菜。雖有缺少標點符號，但較第一篇句子較流暢、完整。題目設計中輔以寫實圖畫作說明。

T：「你來說說看你設計的題目。」（1080426-擬 2-S1 晤）

S1：「媽媽要買小白菜，一斤小白菜…，我的逗點不見了。」

第三篇寫作中（如圖 46，頁 97）以社區分白米的情境出題，句子更流暢、完整，但算式是「2 公噸 700 公斤除以 3」，因此題目中應以「平分」3 個社區會更符合算式的意思。

第四篇寫作中（如圖 47，頁 99）以加油站的情境出題，句子流暢、完整，其中建議應特別指出汽油，另外拿多少公噸應改為分到多少公噸會更貼切。S1 能以合理的生活情境設計題目，使其題目更符合生活可能遇到的問題情境。

T：「第三題部分中，前面用 40 公升，後面為何用 40 公噸？」（1080524-擬 4-S1 晤）

S1：「40 公升太少了。」T：「太少是什麼意思？」S1：「油罐車裝的油都很多。」

S1 在題目設計上能提供情境，句子敘述上更流暢、完整，也愈能將算式合理連結至生活情境出題，使 S1 學習的數學知識內容是有實用性的。

2. 學生 S2

S2 在第一篇寫作單（如圖 48，頁 100）的題目設計為：一個箱子有 24 顆糖果，b 個箱子有 120 顆糖果，b 箱共有幾顆糖果？前 2 句敘述能符合算式，但句子不流暢，且未提供情境，最後問句無法透過算式求解，建議應改為：一個糖果盒中裝有 24 顆糖果，媽媽買了 b 盒，一共有 120 顆糖果，請問媽媽買了幾盒？對於題目設計的想法源自於考試常見，而非與生活情境連結。

T：「你為何想要用糖果來出題目？」

S2：「因為考試常常看到有糖果的題目。」（1080328-擬 1-S2 晤）

S2 在第二篇寫作單（如圖 49，頁 100）的題目設計為：籃球場長 28.5 公尺，寬 3.8 公尺，是多少平方公尺？最後問句應調整為，請問籃球場的面積是多少平方公尺？解題者才清楚要求什麼。句子敘述上較第一篇進步，但仍有不流暢、不完整部分。對於小數可能出現的生活情境較不熟悉，使其以求面積方式擬題。

T：「你覺得 28.5 還有沒有可能出現在生活中其他地方？」（1080426-擬 2-S2 晤）

S2：「五人制的球場。」T：「你是指五人制球場的什麼部分？」S2：「球場的長。」

T：「28.5 除了出現在長度外，還有沒有其他地方？」S2：「…，沒有。」

第三篇寫作（如圖 50，頁 101）的題目設計為：有一輛油罐車載 2 公噸 700 公斤的汽油，平分給 3 個加油站，每站可以分到幾公斤的汽油？題目設計完整流

暢亦切合算式，尋找生活中適合用大單位的物品，掌握除法中的平分概念置入題目設計，題目設計上進步很多。

T：「說說看你為什麼會想到用油灌車載汽油的問題情境？」

S2「因為油罐車可以載很多的汽油啊！」(1080516-擬 3-S2 晤)

第四篇寫作（如圖 51，頁 102）的題目設計為：梅西踢了 40 球，進球率 25%（，）總共得了幾分？題目情境以該生參加的足球社團為設計，連結學生的生活情境，題目切合算式，但句子不完整，建議應調整為：梅西在一場球賽中的進球率是 25%，已經知道在那一場球賽中共射門踢球 40 次，進球一次得一分，請問梅西在那一場球賽中得到幾分？

S2 在擬題初期的題目設計以過去曾出現的題型做參考，並未與生活做連結，而至後期，能理解算式後將算式與生活情境中的問題做連結，尋找生活中適用的情境設計題目。在題目敘述上也呈現較完整、流暢的句子，能掌握數學概念進行命題，對數學的運算符號使用概念清楚。

S1 與 S2 透過進行擬題式寫作單教學，皆能漸漸將算次放入生活情境中可能遇到的問題解決方式中，將抽象的數學算式與生活情境做連結，學習到的數學不再只是考試用的數學，而是可以解決問題的實用性數學，在題目敘述上也漸趨完整、流暢，設計數學題目時也漸漸能掌握算式要旨，所設計的題目能切合算式。而 S1 更能將同一個算式聯想至不同的問題情境，小數乘法可用在計算總價，也能用在計算面積，對所學之數學概念理解透徹，使能靈活運用。S2 則對數學的運算符號使用概念清楚。

（三）解題

1. 學生 S1

S1 在第二篇寫作中（如圖 45，頁 97）能解自己所擬的題目，且答案正確。但解題後並未做驗算檢驗其答案，S1 知道驗算的方法，但覺得題目很簡單，就算錯了也很容易訂正，再算一次不會很麻煩，因此 S1 對多步驟解題的題目，會想檢驗答案對不對，避免白費功夫要再算一次。

T：「算出來的答案有符合你設計的題目嗎？」S1：「有。」

T：「你怎麼知道有？你有做判斷，或是其他驗算嗎？」S1：「沒有。」

T：「那你怎麼知道你的答案是對的？」S1：「猜的。」T：「為什麼不驗算看看呢？」

S1：「...。」T：「你知道透過驗算可以幫助你知道答案對還是不對嗎？」

S1：「知道。」T：「如果現在請你驗算的話，你會怎麼驗算？」

S1：「108.3 除以 3.8，如果答案是 28.5，那就對了，如果不是呢，算出來的答案就錯了。」T：「什麼時候你才會想要去驗算檢查答案？」

S1：「...，要算很精細的題目的時候。」

T：「所以目前出現的問題對你來說還不算精細？」S1：「是啊！」

T：「還有呢？」S1：「比較重要的東西的時候。」T：「什麼是比較重要的東西？」

S1：「不是隨便就好的那種。」T：「是指什麼？」S1：「要算很多過程的時候。」

T：「你是說要算很多步驟解題的時候，你才想要驗算答案嗎？」

S1：「對，要不然前面算的都白做了。」(1080426-擬 2-S1 晤)

第三篇寫作中（如圖 46，頁 97）能解自己所擬的題目，且答案切合題意，並說明若未將 2 公噸 700 公斤換算成 2700 公斤的話會很難作計算。解題後，S1 墮於檢驗其答案是否合理。

T：「最後你有去判斷你的答案合不合理嗎？」S1：「沒有。」(1080516-擬 3-S1 晤)

T：「為什麼你沒有去判斷你的答案合不合理？」S1：「懶惰再用。」

第四篇寫作中（如圖 47，頁 99），S1 詳細寫出計算過程但未作解題上的說明，解題過程完整且答案正確。

S1 皆能正確解出自己所擬的題目，解題過程漸趨詳細，由學生自己設計題目，學生能理解自己所設計的題意，因此解題上並無困難，但 S1 對於簡易題型則較惰於檢驗答案是否合理，對於多步驟題型，避免錯誤後要再重算一次，解題後則會願意進行檢驗答案。

2. 學生 S2

S2 在第二篇寫作單（如圖 49，頁 100）計算錯誤，因此答案不正確。對於計算出的答案未做驗算以檢驗答案的合理性，因其認為使用直式計算不會有誤，與第三篇解釋性寫作說明未驗算之原因相同。研究者研判，過去研究對象常在計算時使用心算，僅呈現出答案未列出計算過程，答案常常出現錯誤，因此請 S2 透過直式計算再算一次，也讓研究者了解其計算過程的問題，但 S2 誤解為用直

式作計算答案一定會正確。

T：「最後你算出來的答案你覺得合理嗎？」S2：「合理啊！」

T：「你怎麼知道合理？」S2：「用直式算啊！」T：「你怎麼用直式算？」

S2：「 28.5×3.8 。」T：「所以你有再用直式算 28.5×3.8 ？」S2：「沒有。」

T：「你沒有再算一次是嗎？」S2：「對。」（1080426-擬 2-S2 晤）

T：「你知道可以用再算一次的方法，或是其他驗算方法，來檢查你算的對不對嗎？」

S2：「知道。」T：「可是你沒有再算一次，也沒有用其他驗算的方法，是嗎？」

S2：「對。」T：「為什麼不檢查答案？」S2：「因為一開始已經用直式算了啊！」

第三篇寫作（如圖 50，頁 101）中，S2 呈現完整的解題過程，並將算式目的說明，答案亦正確。S2 在解題後有對其答案做驗算，雖計算過程中 S2 也有透過直式作計算，但研究者研判上一篇寫作單有使其發現直式計算結果不一定正確，且驗算方法簡單，因此願意透過驗算檢驗其答案的合理性。

T：「你覺得你最後算出來的 900 公斤是你設計的題目的答案嗎？」S2：「是。」

T：「你有做檢查的動作嗎？」S2：「有。」T：「你怎麼檢查的？」

S2：「900 公斤乘以 3 哪！」T：「然後呢？」S2：「得到 2700 公斤就對了。」

T：「這次為何有驗算來檢查答案？」S2：「很簡單算啊！」（1080516-擬 3-S2 晤）

第四篇寫作（如圖 51，頁 101）中，S2 能正確解出自己所擬的題目，但未將 $25\% = \frac{25}{100}$ 寫出。解題後，並未做驗算驗證答案是否正確。

T：「你覺得你最後算出來的 10 分有沒有符合你設計的題意？」

S2：「有。」T：「你有做什麼判斷或檢查嗎？」S2：「沒有。」（1080524-擬 4-S2 晤）

S2 皆能掌握題意，並進行解題，雖有計算錯誤，但解題方向是正確的，解題過程漸趨詳細，由學生自己設計題目，學生能理解自己所設計的題意，因此解題上並無困難，S2 對於透過直式計算的答案有一定正確的誤解，之後能嘗試對於簡易題型之答案進行驗證。

S1 與 S2 對於自己所擬之題目能掌握解題方向並進行解題，解題上並無困難。S1 情於檢驗簡易題型的答案，而 S2 則在後期寫作後能嘗試對答案僅行驗算。

(四) 學習反映

1. 學生 S1

S1 在第一篇寫作（如圖 44，頁 96）的我想說表示：出題會不知道怎麼出。反映寫作時的問題，不知道算式可以用在哪裡？但學生能對已出好的題目進行解題，卻不知道可以用在哪裡。這也反映大多數學生學習數學時的狀況，能在數學考試時取得好成績，卻無法將所學的數學知識應用於生活中，因此對數學的學習沒有需求感，只有解題成功時的成就感，沒有需求感學習，不免讓學生在學習時感到枯燥乏味。

T：「你在我想說的部份說，出題會不知道怎麼出？是因為不知道算式在講什麼嗎？」

S1：「不是。」 T：「那是因為什麼？」 S1：「...。」 T：「你知道算式的意思嗎？」

S1：「知道啊！」 T：「還是你不知道這個算式要用在哪裡？」

S1：「不知道算式要用在哪裡。」 T：「你比較會別人出好題目，然後你去解題？」

S1：「對啊！」 T：「你會解決問題，可是不知道這個算式要用在哪裡？」

S1：「對。」（1080328-擬 1-S1 晤）

第二篇寫作中（如圖 45，頁 97）的我想說表示，小數除（以）小數不好寫。反映學生在學習上的興趣，小數除以小數未在本課程學習內容中，但是當學生在生活中遇到了需求，則學生會想學習，試圖去做做看。

T：「不過老師還沒教，你怎麼會覺得不好寫？」 S1：「因為我要算小數除以小數。」

T：「你在什麼地方要算小數除以小數？」 S1：「誼，不知道。」（1080426-擬 2-S1 晤）

T：「你有在其他地方做小數除以小數，所以覺得不好寫？」 S1：「對啊！」

第三篇寫作中（如圖 46，頁 97）的我想說表示，用重量單位出題不好出。反映寫作上的問題，知道這種大的重量單位可能出現在生活中的什麼部分，但是將這種大的重量單位作平分的經驗較少。

T：「你在我想說的部份說，用重量單位出題不好出。不過在這張寫作單中，你舉了三種例子，所以你知道這種大的重量單位可以出現在哪裡，那你說的不好出題是哪裡不好出題？」（1080516-擬 3-S1 晤）

S1：「2 公噸 700 公斤知道可以用在哪裡，但是÷3 就知道了。」

第四篇寫作中（如圖 47，頁 99）的我想說表示，比率很簡單。顯示學生對

本單元的學習內容得心應手。

T：「最後你在我想說的部份說，比率很簡單。」 S1：「對。」

T：「你是覺得很好算、題目容易懂，還是你知道比率是什麼，然後知道怎麼用？」

S1：「很好算。」 T：「所以你還不清楚比率是什麼，也不知道怎麼用？」

S1：「知道啊！」

T：「你知道比率是什麼，也知道怎麼用，而且覺得比率很好算，是嗎？」

S1：「對。」 (1080524-擬 4-S1 晤)

S1 在擬題式的我想說部份呈現對出題部分覺得困難，但 S1 能完成寫作單且能充分應用於生活中，只是需要再多花時間思考，另外亦表現出對數學學習的興趣，對於可以解決生活中問題的數學，學生學習上有需求感也對數學學習產生興趣。

2. 學生 S2

S2 在第一篇寫作單中（如圖 48，頁 100）的我想說表示：要出題目時要看好是什麼算式。提醒自己擬題式寫作時應注意事項。

S2：「如果出題目的時候沒看好算式，題目就會寫錯啊！」 (1080328-擬 1-S2 晤)

T：「所以你的意思是說，要瞭解算式的意思是嗎？」 S2：「對。」

S2 在第二篇寫作單（如圖 49，頁 100）與第三篇（如圖 50，頁 101）的我想說皆表達對擬題式寫作的感受，覺得題目簡單，容易寫、容易算。

第四篇寫作（如圖 51，頁 102）的我想說為：我終於知道什麼是百分率了。表達學習後的喜悅。

T：「還沒上這單元之前，你不知道什麼叫百分率？」 S2：「對啊！」

T：「以前你聽到電視轉播時講進球率、命中率，你是聽不懂的？」

S2：「對。」 T：「那你現在知道這些是在說什麼、做什麼用的嗎？」

S2：「知道，看進球厲不厲害。」 (1080524-擬 4-S2 晤)

S2 透過我想說表達對學習上的自信，也表達學習後能有助於他在生活中遇到的問題，感到喜悅。

S1 與 S2 對於學習數學能幫助生活中解決問題，對學習數學是有興趣並感到喜悅，透過寫作紀錄評估在數學領域學習上的成長與 Dougherty(1996)研究類似。

但 S1 對於出題部分仍感到困難，而 S2 則是對個人的數學學習感到有自信。

（五）小結

臺東縣二位國小五年級學生透過擬題式寫作教學後，S1 學生能將算式靈活運用於生活中的問題情境，可知對所學之數學知識不再是無用論，而是能實際解決生活問題的工具。在題目設計中能提供情境，句子敘述也漸能表現完整、流暢，將算式合理連結至生活情境中。對於個人所設計之題目皆能掌握解題方向進行解題，但解題後對於簡易題型則惰於驗算。

S2 學生透過擬題式數學寫作教學，能將數學知識應用於生活中以解決問題情境，對題目敘述也漸能流暢、完整，對於數學符號使用的概念清楚，能掌握自己命題的題意以進行解題，並於解題後嘗試驗算驗證答案。

二位學生透過擬題式能理解數學符號所代表的意義，將數學概念與生活經驗、情境連結，增進學生構思數學問題能力與劉祥通、黃國勳（2005）；McIntosh（1991）研究相類似。

四、臺東縣二位國小五年級學生在總結式寫作下之表現

總結式寫作是在學生於每單元學習結束後，讓學生將這單元學習到的數學知識加以陳述、整理、分析、組織，並讓學生反思所學，使學生能融會貫通，並發展學生的後設能力。以下就研究對象在總結式寫作單之概念理解及學習反映的表現作分析。

（一）概念獲得

1. 學生 S1

S1 於第一篇寫作中（如圖 52，頁 110）將學習內容以條列式說明，分別於第一項說明用符號代表數的概念，接著說明解題方法，最後說明可透過驗算對答案作驗證，除了以條列式說明外，另外輔以例子作更清楚表示。

S1 在第二篇寫作中（如圖 53，頁 110），將學習內容以條列式說明，分別於第一項說明表面積的概念，接著說明長方體表面積的求法，最後再舉出簡單複合型體的表面積的求法，其中皆舉出例子作計算輔以圖畫作說明。

我的數學知識收納庫～

想想看，你是如何學會將符號代表題目中還不知道的數字，並如何將符號放入算式中進行解題，最後你又如何判斷得到的答案是否合理呢？

1. 用 **數字** 來把符號原本的意思求出來。
 $12 \div Y = 2$ $Y = 12 \div 2 = 6$ $Y = 6$
2. 把題目要的數字改成符號。
 $16 \div 8 = 2$ $16 \div Y = 2$
3. 用馬路算來判斷對或錯。
 $16 \div Y = 8$ $Y = 16 \div 8 = 2$ $Y = 2$
 $2 \times 8 = 16$

我想說... 要總結一個單元的内容很難

圖 52-1080329-總 1-S1

我的數學知識收納庫～

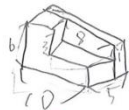
想想看，在學習「表面積」這單元時，你學習到了哪些內容？清楚地寫下來並整理。

1. 表面積是一個物體曲面的總面積。
2. 把要算的物體的所有邊長找出來，計算完之後把每個面的面積相加。



$$\begin{aligned} 7 \times 4 \times 2 &= 56 & 56 + 84 + 48 \\ 7 \times 6 \times 2 &= 84 & = 140 + 48 \\ 6 \times 4 \times 2 &= 48 & = 188 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

在算有內凹的物體曲面時，算內凹的地方時會一直搞錯而且會被圓扁，會一直在算內凹的面積。



好厲害的圖!!

$$\begin{aligned} 6 \times 5 \times 2 &= 60 \\ 10 \times 5 \times 2 &= 100 \\ 10 \times 6 \times 2 &= 120 \\ 60 + 100 + 120 &= 280 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

我想說... 在算除了正長方體之外的物體會容易出錯

圖 53-1080412-總 2-S1

第三篇寫作中（如圖 54）同樣將學習內容以條列式方式作說明，分別於第一項中說明小數的概念，接著則說明小數的乘法，最後再說明小數的除法，透過舉例計算並輔以文字敘述計算過程。

我的數學知識收納庫～

想想看，在學習「小數」這單元時，你學習到了哪些內容？清楚地寫下來並整理。

圖 54-1080503-總 3-S1

其中，S1 採用條列說明的原因覺得好用，其他方式還要再做其他事情，覺得較麻煩，想寫什麼就直接條列出來。

T：「數學收納家目前已寫 3 篇，你比較傾向用條列式的來整理你所學習到的內容，為

什麼？」S1：「好用啊！」T：「用心智圖的方式不好用嗎？」

S1：「還要畫圓圈圈。」T：「如果用表格來呈現呢？」S1：「還要畫格子。」

T：「所以你覺得條列式的比其他方式好用？」S1：「對。」（1080503-總 3-S1 晤）

第四篇寫作中（如圖 55，頁 112）則以心智圖方式呈現本單元學習的四個重點，再對重點作概念、舉例說明。

S1 能依該單元學習內容選擇整理方式。

T：「前面三篇數學收納家都是用條列式寫出你整理的學習內容，到了 第四篇為何

會用心智圖方式？」

S1：「因為學到的內容比較多，用心智圖比較好寫。」(1080531-總 4-S1 晤)
我的數學知識收納庫～

想想看，在學習「比率與百分率」這單元時，你學習到了哪些內容？清楚地寫下來並整理。

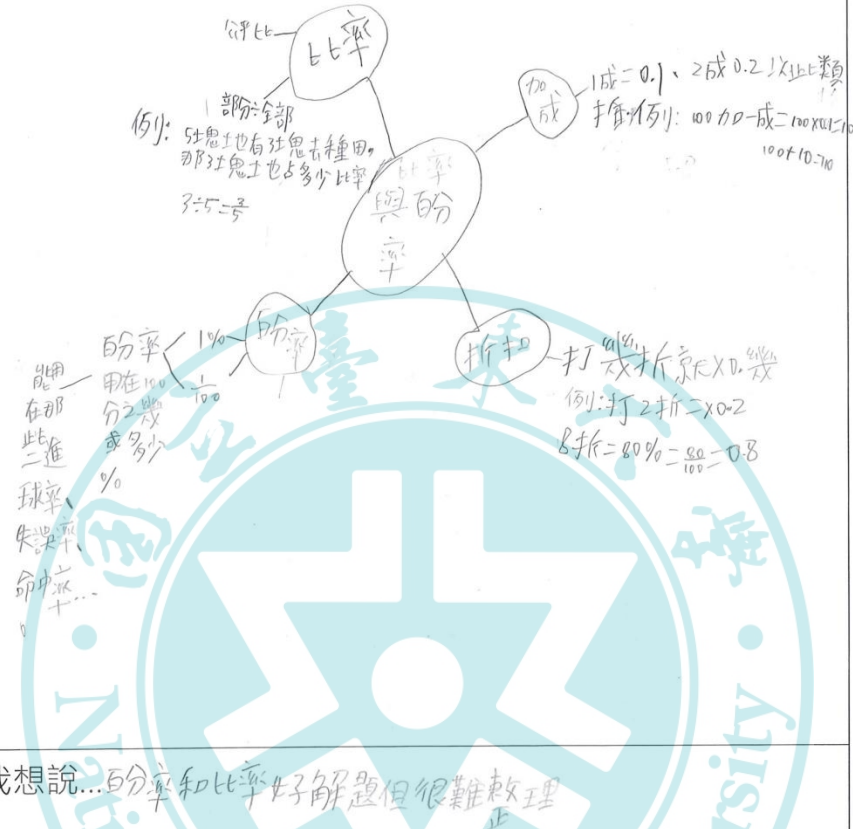


圖 55-1080531-總 4-S1

S1 皆能呈現出該單元學習重點，前三篇主要以條列式方式呈現，並以文字敘述，輔以舉例、圖畫作說明。第四篇則因學習內容較多改以心智圖呈現，將重點作概念說明並輔以舉例作更清楚呈現。

2. 學生 S2

S2 於第一篇寫作中（如圖 56，頁 113），將符號代表數以四種運算方式作條列式說明，主要以說明計算方式與驗算方法，並舉例作清楚說明。第二篇寫作中（如圖 57，頁 113）以條列式說明學習內容，前二項主要說明表面積的計算方法，第三項說明個人學習時容易犯錯部分，第四項則重複說明第一項部分。第三篇寫作（如圖 58，頁 114）同樣以條列式說明小數的概念、小數的乘法與除法，其中在乘法與除法部分除了舉例說明外，將計算過程鉅細靡遺表示。

我的數學知識收納庫～

想想看，你是如何學會將符號代表題目中還不知道的數字，並如何將符號放入算式中進行解題，最後你又如何判斷得到的答案是否合理呢？

1. 符號放進加法去例如： $a + 5 = 35$ 解題方法是 $a = 35 - 5$ 然後 30×5 答案就是 30
2. 符號放進減法去例如： $B - 20 = 10$ 解題方法是 $B = 20 + 10$ 然後 30×20 答案就是 30
3. 符號放進乘法去例如： $Y \times 10 = 600$ 解題方法是 $Y = 600 \div 10$ 然後 60×10 答案就是 60
4. 符號放進除法去例如： $Y \div 35 = 5$ 解題方法是 $Y = 35 \times 5$ 然後 $175 \div 35$ 答案就是 5

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 5 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 20 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 30 \\ \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \overline{) 175} \\ 105 \\ \hline 70 \\ 70 \\ \hline 0 \end{array}$$

我想說...

這些算式都寫過，為什麼還要算

圖 56-1080329-總 1-S2

我的數學知識收納庫～

想想看，在學習「表面積」這單元時，你學習到了哪些內容？清楚地寫下來並整理。

- 什麼是表面積？
表面積和體積的差別？
容易犯錯？
1. 正方體的算法是長 $\times$ 寬 $\times$ 高，答案就知道那個是正方體的6個面。
 2. 長方體的算法是長 $\times$ 寬 $\times$ 高 $\times$ 2，因為是長寬和高乘的時候各有2個，一本義的圖開。
 3. 容易犯錯是：我有時候會把長方體畫一個圖看成4個一本義的圖開。
 4. 怎麼算？如果正方體的長寬高是10公分，就要10公分 $\times$ 10公分 $\times$ 10公分 $\times$ 6，就得到答案了。

我想說...

每個表面積有不同的算法。

圖 57-1080412-總 2-S2

我的數學知識收納庫~

想想看，在學習「小數」這單元時，你學習到了哪些內容？清楚地寫下來並整理。

1. 十分位是從個位
降十就是十分位

304

2. 百分位是從個位
降₁₀₀就是百分位。

二、小数的乘法

1. 小数乘法要算右数对齐
2. 第一部是相小数位数
4. 算

3. 第二部是把兩數當整數算

三小集夕除云

小数と整数の係数の

$$2.4 \div 6 = 0.4$$

所以把2缩小

小數的乘法和除法說明的很清楚,很到位。

讚！讚！讚！

我想說...

每次小數乘法我都會忘記要靠右對齊。

圖 58-1080503-總 3-S2

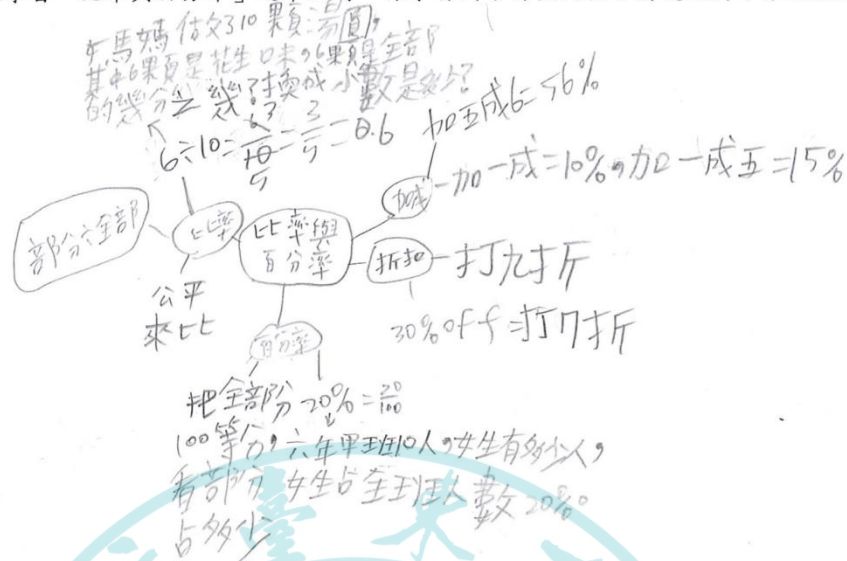
第四篇寫作中（如圖 59，頁 115）則以心智圖呈現學習的四大重點，除了解釋該重點的概念外，並自行擬題作解題說明。

S2 在總結式寫作中，多以條列式作學習內容之說明，其中還有心智圖的呈現，內容多以呈現如何計算，並舉例說明。

S1 與 S2 在總結式寫作中皆多以條列式作學習內容之說明，並輔以舉例說明，其中 S1 再以圖示說明，S2 能自行出題舉例。S1 的內容部分主要為該單元的概念及計算方式說明，而 S2 則主要為該單元的計算說明，到後期寫作才有概念上的說明。

我的數學知識收納庫～

想想看，在學習「比率與百分率」這單元時，你學習到了哪些內容？清楚地寫下來並整理。



我想說... 一開始我還不知道比率和百分率老師教了才知道。

圖 59-1080531-總 4-S2

(二) 學習反映

1. 學生 S1

S1 在第一篇寫作單中（如圖 52，頁 110）的我想說表示：要總結一個單元的內容很難。S1 表達對總結式寫作時的問題，其中 S1 覺得在整理單元的學習內容時很困難。

T：「你在我想說的部份說，要總結一個單元的內容很困難。總結單元 時的哪一部份很困難？」S1：「要整理。」（1080329-總 1-S1 晤）

第二篇寫作單中（如圖 53，頁 110）的我想說表示：在算除了正方、長方體

之外的物體會容易出錯。表達對學習該單元時的弱點，能反思個人的學習。

T：「最後你在我想說的部份說，在算除了正方、長方體之外的物體會容易出錯。

是指什麼地方會容易出錯？」 S1：「算的方法，還有答案。」

T：「算的方法，你是指什麼？」 S1：「算式。」 (1080412-總 2-S1 晤)

第三篇寫作單中(如圖 54，頁 111)的我想說表示：沒有想說的。第四篇寫作單中(如圖 55，頁 112)的我想說表示：百分率和比率好解題但很難整理。S1 再次表示整理學習內容時很難整理，但也知道透過思考整理後，更可以知道該單元學習什麼。

T：「接著你在我想說的部份說，百分率和比率好解題，但很難整理。你覺得比率

和百分率好解題是什麼意思？」 S1：「很好算，題目看得懂。」

T：「是指哪部份很難整理？」 S1：「全部，要整理很久。」

T：「你覺得有想過、有整理跟沒想過、沒有整理哪種你會比較知道這單元在學什麼？」

S1：「有想過、有整理。」 (1080531-總 4-S1 晤)

S1 在我想說部份表達對此寫作單上整理的困難，也表達在學習上的困難，反思個人學習，具有後設認知能力。

2. 學生 S2

S2 在第一篇寫作單中(如圖 56，頁 113)的我想說表示：這些算式都寫過，為什麼還要算。S2 無法理解符號代表數單元學習上的需要，甚至認為多此一舉。

T：「最後你在我想說的部份說，這些算式都寫過，為什麼還要算。你覺得這個單元

你在算的時候，跟以前最大的差別在哪裡？」

S2：「一個有用符號，然後以前的沒有啊！」 (1080329-總 1-S2 晤)

T：「你覺得有用符號之後，有沒有什麼不一樣的地方？」 S2：「要記得寫符號。」

第二篇寫作中(如圖 57，頁 113)的我想說表示：每個表面積有不同的算法。表達對學習後的回饋。第三篇寫作單中(如圖 58，頁 114)的我想說表示：每次小數乘法我都會忘記要靠右對齊。但 S2 能找到方法解決問題，透過數學寫作，讓學生思考自己的學習，並能提出方法解決問題，使學生具備後設認知能力。

T：「關於我想說的部份，你有什麼方法提醒自己不要忘記？」

S2：「用畫線的方式。」 (1080503-總 3-S2 晤)

第四篇寫作中（如圖 59，頁 115）的我想說表示：一開始我還不知道比率和百分率，老師教了才知道。表達個人學習前、後的改變，但也知道自己並未完全了解，並表示自己學習上的問題。

T：「你在我想說的部份說，一開始我還不知道比率和百分率，老師教才

知道。那你現在清楚比率和百分率嗎？」S2：「有一點不清楚。」

T：「哪裡不清楚？」S2：「算比率時。」T：「算比率時哪裡不清楚？」

S2：「直式吧！」T：「為什麼是直式？」S2：「計算會錯誤。」（1080531-總 4-S2 晤）

S2 表達對該單元學習上無需求，也表達出個人學習上的改變，顯現其學習上的成就感與自信，S2 具備後設認知能力，了解自己學習上的困難並提出方法解決問題。

透過我想說的部份，能使學生反思個人的學習，發現個人學習上的改變，發現個人學習上的問題，S2 並進而提出方法解決問題，在寫作後能運用後設認知，回顧並發展其反思能力，發展學習策略以幫助其學習，培養學生成為自主的學習者與洪宗賢（2011）；郭室宜（2008）；許琬涵（2013）；廖怡雯（2011）；LeGere（1991）研究相仿。

S1 在學習表現佳，但卻對於此寫作單感到不知如何整理，整理上有困難，在前述學習反映中，可發現 S1 對學習上較無自信，但在解題時對個人的答案是有自信的認為符合題意，研究者研判，過去 S1 學習經驗中並無嘗試過數學寫作，然而解題經驗已豐富，因此對於解題的答案能很有自信的認為已符合題意，且解題時答案是確定的、是可以驗證的，但數學寫作方式較開放，學生無法掌握自己是否已解題成功，或是說有寫出題目所要的，且透過寫作認識數學不只是解題而已，解題時的想法、提出理由、連結生活情境、組織數學概念等也都是學習數學的方法，因此，使 S1 重新認識數學，也使其表現上較無自信。

S2 則表達出學習上的自信，透過寫作過程中，迫使 S2 不斷調整、修正個人對數學概念的認識，同時在數學寫作的敘述上也更清晰、流暢，顯見 S2 對數學概念的理解有大大進步。

（三）小結

臺東縣二位國小五年級學生在整理學習內容以表達對概念理解時，多以條

列式的文字敘述作表達，並能透過舉例作更清楚的解釋。其中，S1 學生主要呈現內容為該單元的數學概念與其計算方法，寫作內容傾向統整、歸納，對習得的數學知識能有完整的心像圖與蕭明芳（2016）研究結果類似；而 S2 學生則以計算方法為其呈現內容，至後期寫作才將數學概念納入與蕭明芳（2016）研究結果類似。

從學生歸納的學習重點可發現，學生皆重視算式，怎麼算對學生來說是學習的重點，但 S1 學生會先理解數學概念再來談怎麼算，而 S2 學生則是先對每種不同情境的算法說清楚，後期才開始談數學概念再說明怎麼算。

透過我想說讓學生反思學習的過程、學習的內容，促進學生後設的認知能力，能覺察個人學習上的改變、弱點，也使教師發現學生學習時對自我的感受與心情，以立即鼓勵、協助學生與吳錫銘（2012）；許琬涵（2013）研究結果類似。

第三節 數學寫作教學之省思

本節依前二節之結論與研究者透過數學寫作教學進行研究時，在研究中與教學所面臨的問題進行省思，以提供後續研究與教學上之建議。

一、在研究中的省思

（一）同時進行四種寫作，教師教學與學生學習皆不易

本次研究同時進行四種寫作，教師在數學寫作教學或分享時，要依不同的寫作方式準備相關內容，且四種寫作命題方式不一樣，教師在準備寫作單也需耗費心力；同時讓學生進行四種寫作無法讓學生掌握該寫作方式的要領，寫作表現上的較難有更精彩的呈現，且寫作方式是學生過去學習數學時從未嘗試過的，一次要同時學習四種數學寫作方式，不免對學生造成學習上的負荷。

（二）教學與寫作時間掌控不易

本次研究的數學寫作時間安排於下課前 10 分鐘進行，教學者要在教學時間 30 分鐘內進行有效的教學，有時是操作型的課程活動，有時是讓學生討論並表達的課程活動，時間掌控上確實不易，使教學者在教學時倍感壓力，需精準掌握

時間進行有效教學，不免失去與學生在課堂上自在學習的氣氛。再者，數學寫作非一般解題，學生寫作時需要時間思考，以整理、分析回答，對本次研究對象來說，10 分鐘的寫作時間，平均每次思考時間需花費 4 至 5 分鐘，不斷自我對話以作更清晰的表達，再寫出內容則時間上就不多，也沒多餘時間讓學生再看自己的寫作作調整、修正。

（三）利用課餘時間進行晤談，學生意願低

學生當日寫作後，研究者會利用當日課餘時間進行訪談，以更真切了解學生寫作時的想法與其他行為背後的原因，但也不免剝奪學生課餘時間的活動，因此學生晤談時意願較低。且晤談時間常因學生寫作內容不同而不一樣，晤談時間超過 5 分鐘時，學生晤談意願更低。

（四）晤談時，學生沒想法無法回應

學生對於無法回應的晤談問題，有時呈現思考狀態，有時則直接告知不知道，研究者則難以研判學生的想法或學習問題。研究者理解目前學生有時無法清楚個人的寫作想法或行為背後的原因，因此會猜測幾種情境讓學生作選擇，以其能更了解學生的學習，但又不免有誘答之問題存在。

（五）數學單元測驗卷難易度不一

本研究之數學單元測驗卷由長期擔任高年級之專任教師出題，但其中有表面積的學習單元，表面積的算式本就冗長，10 題的文字情境題解題上確實不易，其中複合型體的表面積更需花時間作有效的切割、分類，因此學生在該單元皆未達該學習表現程度應有之表現，使學生在第二次數學單元測驗時，成績皆驟降。

二、在教學中的省思

（一）學生無驗證答案的習慣

在晤談中，學生多數對答案皆很有信心表示符合題意，但再詢問是否有作檢驗答案是否合理的動作，多數也表示沒有。但是學生至少知道一種檢驗的方法，就是再做一次，因此要學生再做一次去驗證答案，學生雖然知道透過驗證答案可以更掌握自己的作答，但仍惰於驗證。

（二）學生透過語言、文字、圖畫表達數學機會少

學生對數學的想法，不免就是一直算，要將數學透過非算式的表徵表達，對

學生來說並未做過。因此在一開始表達時，語句敘述不完整、不流暢，標點符號未標上，除以和除、乘以和乘表達錯誤。尤其對中程度學生來說更是困難，晤談時常常發生想很久或是回答不完整狀況，需研究者慢慢引導詢問，使學生在後期寫作上有較流暢、完整的句子呈現，回答上也更能完整表達想法。

（三）學生學習需要時間等待

學生寫作前需思考如何解題、寫作、說明理由，思考學習上遇到的問題，思考今天學習的內容。其實，學生不僅寫作時才需要思考，學習時也是，教學時是否給予學生適當的時間去想，是否有給予學生適當的提問去思考，給予研究者在未來教學時的省思。

（四）學生對數學的錯誤理解

目前坊間教科書的課本多是教你怎麼算，面對不同情境時有不同的最有效計算方法，而習作也多是以計算題、情境文字題作設計。在學生對該單元的概念理解部分的篇幅卻少了些，使學生不斷在數學課中作計算，也誤以為數學就是學會怎麼算就好。但解題正確是否就等於理解概念呢？還是只是仿造課本算式作答？經本研究後，高程度學生較中程度學生對數學概念較理解透徹、紮實，使其能無礙表達想法，快速連結至生活情境中。

因此，數學教學時應著重概念理解上，如 S1 在理解表面積概念後，能自行列出完整算式。概念理解透徹後，再與學生思考如何透過算的方法解決生活中的問題，數學公式也不用再背這麼辛苦。

第五章 結論與建議

本研究是透過研究者的任教對象在課室中進行數學寫作教學，以探討數學寫作教學對臺東縣二位國小五年級學生數學領域的學習成效、臺東縣國小五年級學生在不同數學寫作下的表現以及數學概念的獲得為何，因此，第一節針對研究問題與研究結果提出本研究之結論，第二節則為研究建議，分述如下。

第一節 結論

本節根據第四章之研究結果，從研究問題的三個方面歸納以下之結論，說明如下：

一、臺東縣國小五年級學生在不同數學寫作下的表現

(一) 臺東縣國小五年級學生對於解釋性寫作之表現

高程度學生的解題過程詳細，能將題目中未出現部分透過算式或等式作說明，將解題過程中的個人想法清楚以文字、算式、圖畫流暢說明，解釋數學概念能以總體概念作說明，將學習內容做統整合理。

中程度學生在解題表現上則漸趨完整、正確，透過說明解題想法與列算式之目的，解題過程中的每個步驟皆是有意義的，學生需思考我接下來要求什麼？需要什麼幫助我求出來？我可以怎麼求？知道自己每個算式式在求什麼，就能靈活運用在解題中，解釋說明也愈流暢表達，輔以圖畫作解釋，補充文字敘述部分。

(二) 臺東縣國小五年級學生對於偵錯式寫作之表現

高程度學生能正確提取錯誤，在說明錯誤部分時也愈能說明完整、充分。對數學概念清楚，則能在閱讀他人解題時不被影響，以提取正確的錯誤部分，說明理由時除了正面提出合理的算式，也從另一面說出不能依題目的算式來計算的原因，說明理由足夠說服。

中程度學生多能正確提取錯誤，說明理由時僅能提出應列算式。多能閱讀他人的解題過程，並判斷其合理性以提出錯誤部分，解釋說明不合理理由僅能以上課所教的做回應，無法提出不能依題目計算的原因，說明理由時不夠充分，可見中程度學生對學習數學概念上，多以接受知識為主，而缺少獨立判斷的能力。

(三) 臺東縣國小五年級學生對於擬題式寫作之表現

高程度學生能合理的靈活運用算式於生活情境中，設計題目帶情境，敘述流暢，亦能成功解題。學生能理解算式，並將算式合理的應用於生活中的問題情境，舉一反三，對數學概念與算式理解透徹，題目敘述流暢且完整，掌握算式在問題情境中所欲解決的問題。

中程度學生能合理應用算式於生活情境中，題目敘述漸趨流暢、完整，掌握運算符號的使用概念，並成功解題。學生能理解算式並合理應用於生活情境中，但較高程度學生缺乏靈活應用。

(四) 臺東縣國小五年級學生對於總結式寫作之表現

學生多以條列式方便快捷說明學習內容，並能透過舉例表達。其中高程度學生內容以數學概念說明及算式計算為主；中程度學生則多以算式計算為主，後期寫作才出現數學概念。

(五) 學習反映

高程度學生對數學學習沒自信，但中程度學生則對數學學習有自信，二者皆對生活有需求的數學學習有興趣，且皆能思考個人學習上的困擾、弱點，而其中中程度學生能提出解決辦法。

二、數學寫作教學活動對臺東縣國小五年級學生的學習成效影響

學生在五次的數學測驗中，雖在第二次成績表現不佳，但寫作教學後期時，學生於測驗中能正確掌握解題方向，解題過程完整且答案正確，使穩定高程度學生的學習程度表現，並提升中程度學生的學習成效。

而其中亦可發現，中程度學生的數學寫作內容較高程度學生的進步幅度大，尤其表現在語句敘述與概念呈現上更清晰，學生在數學寫作表現進步大，其學習成效進步亦大，由此可知，透過數學寫作教學確實能提升數學學習成效。

三、臺東縣國小五年級學生數學概念的建構方式

高程度學生能透過理解後，整理並組織數學概念，並能以多面向說明，以釐清數學概念，將數學概念推演至生活中或舉例說明，以建構其完整、紮實的數學概念。

中程度學生對於能透過實際操作之數學概念較有感受，而對其他課程則需建

立於舊知識上，對數學概念的理解多以建立在算式的計算上，較無法理解透徹與靈活運用，因此需要透過其他表徵以協助解題。

第二節 建議

本節根據第四章之省思提出在研究與教學上之建議，說明如下：

一、研究上之建議

（一）一次以一至二種寫作進行研究

透過數學寫作進行研究，建議同時應以一至二種寫作較佳，學生較能掌握寫作要領，教師教學與命題上也更能有充裕心力作準備。

（二）寫作放入課本或習作佈題

解決生活中的數學問題，計算能被機械取代，而計算背後的想法才是最重要的。因此，建議課本或習作應減少計算式的題型，將寫作納入課本、習作中，於正式課程中進行數學寫作教學，免於因進度壓力而壓縮上課時間。

（三）選擇式晤談

研究者可針對寫作單中欲深入了解部分進行晤談，使其晤談內容會更豐富，晤談中多給予學生鼓勵與讚美，以提高學生晤談意願。

（四）減少測驗卷的題數

文字情境題解題時間本就較耗時，學生寫到後面也感到疲乏，建議應以 5 至 6 題為佳，測驗時間 25-30 分鐘，學生測驗時精神狀態會較佳。

二、教學上之建議

（一）培養學生驗證答案的習慣

建議教師在課堂中引導學生解題時，應於解題後教學生如何思考答案是否符合題意，除了透過再算一次與逆運算外，也可提供學生用估算方法來判斷答案的合理性，同時建立學生的數感，也能使學生在解題前先預估可能的答案範圍。

（二）多提供學生表達數學想法的機會

在課堂中多讓學生表達解題想法、對數學概念的解釋、提出理由說明，使其能透過說的過程釐清對數學的概念，也能對熟悉如何流暢表達數學的想法，避免

發生學生知道怎麼解可是卻不會說的情形。

（三）提供學生有需求感的學習

用的到與好用的數學，學生在學習上會更主動學習，因為生活中確實會發生，學生學習後能用的到，能幫助解決問題。因此，應在教學前思考，這單元的數學概念可以用在哪？用在哪最好用？



參考文獻

一、中文文獻

- 王子尹 (2013)。偏遠地區在地文化與家庭教育對國小學童學業成就相關之研究-以台東縣延平鄉布農村為例 (未出版之碩士論文)。國立臺東大學，臺東。
- 朱龍美 (2012)。透過數學寫作了解國小二年級學童的整數加減概念 (未出版之碩士論文)。臺北市立教育大學，臺北。
- 呂守純 (2007)。數學寫作活動對於提昇四年級學童數學領域學習成效之探討未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南。
- 巫有鎰 (1997)。影響國小學生學業成就的因果機制--以台北市和台東縣作比較 (未出版之碩士論文)。國立臺東師範學院，臺東。
- 巫有鎰 (2005)。學校與非學校因素對台東縣國小學生學業成就的影響：結合教育機會均等與學校效能研究的分析模式 (未出版之碩士論文)。國立屏東師範學院，屏東。
- 巫有鎰 (2007)。學校與非學校因素對臺東縣原、漢國小學生學業成就的影響。臺灣教育社會學研究，7 (1)，29-67。
- 吳昭毅 (2006)。台東縣國小高年級漢、原學童數字感差異之研究 (未出版之碩士論文)。國立臺東大學，臺東。
- 李哲迪 (2016)。TIMSS 2011 學校背景變項與學科成就之關聯 (I)。科學教育月刊，392，2-14。
- 李鎔而 (2017)。臺東縣五年級偏鄉學童寫作特徵分析 (未出版之碩士論文)。國立臺東大學，臺東。
- 吳錫銘 (2012)。數學寫作融入合作學習教學策略之行動研究 (未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化。
- 李鴻章 (2006)。臺東縣不同族群學童數學學業成就影響模式之探討。臺灣教育社會學研究，6 (2)，1-41。
- 李鴻章 (2007)。臺東縣原住民父母教育期望、子女知覺與學業成就之關聯與變

- 遷。**教育學術彙刊**，1（2），1-21。
- 李鴻章（2010）。臺東縣中小學學生數學學業成績之馬太效應研究。**臺北市立教育大學學報.教育類**，41（1），35-60。
- 林承德（2003）。台東縣國小四年級學童數學態度、數學焦慮與數學成就之研究（未出版之碩士論文）。國立屏東師範學院，屏東。
- 林冠汝（2011）。國小三年級學童分數概念之數學寫作教學研究（未出版之碩士論文）。國立臺中教育大學，臺中。
- 林姿飴、楊德清（2005）。淺談數學寫作。**台灣數學教師電子期刊**，1，12-21。
- 林清標（1998）。原漢族別.家庭結構與學業成就之關連性（未出版之碩士論文）。國立臺東師範學院，臺東。
- 林碧珍、蔡文煥（2005）。TIMSS 2003 臺灣國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討。**科學教育月刊**，285，2-38。
- 林碧珍（2012a）。TIMSS 2007 臺灣國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討(上)。**科學教育月刊**，352，2-14。
- 林碧珍（2012b）。TIMSS 2007 臺灣國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討(下)。**科學教育月刊**，354，2-10。
- 林碧珍（2015a）。TIMSS 2011 臺灣國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討(I)。**科學教育月刊**，376，2-13。
- 林碧珍（2015b）。TIMSS 2011 臺灣國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討(III)。**科學教育月刊**，378，2-21。
- 邱嫻滋（2016）。解釋性數學寫作融入國小五年級數學教學以提升數學溝通能力之行動研究（未出版之碩士論文）。國立臺中教育大學，臺中。
- 洪宗賢（2011）。數學寫作對國小六年級學生分數單元解題能力的影響之行動研究（未出版之碩士論文）。國立彰化師範大學，彰化。
- 姜淑珍、劉燕芬、楊德清（2005）。數學寫作融入國三數學教室之我見我思。**台灣數學教師電子期刊**，2，14-21。
- 胡湘采（2017）。以數學寫作提升國小六年級學生數學學習表現之行動研究（未出版之碩士論文）。靜宜大學，臺中。

- 紀詩蕙 (2009)。透過數學寫作活動對國小六年級學童在數學表達能力影響之研究 (未出版之碩士論文)。國立屏東教育大學，屏東。
- 原住民族委會 (2002)。為落實原住民族工作權保障法，具體規範「原住民地區」之範圍。檢索日期 2018.09.01，網站來源：
<https://law.apc.gov.tw/LawContent.aspx?id=GL000076>
- 陳文章 (2010)。數學寫作活動對國小學生數學成就與數學態度之成效研究 (未出版之碩士論文)。國立雲林科技大學，雲林。
- 教育部 (2014)。十二年國民基本教育課程綱要-總綱。檢索日期 2018.09.01，取自 <https://www.naer.edu.tw/files/15-1000-7944,c1179-1.php?Lang=zh-tw>
- 陳建志 (1998)。族群及家庭背景對學業成績之影響模式-以臺東縣原、漢學童作比較。教育與心理研究，21，85-106。
- 陳奕奇、劉子銘 (2008)。教育成就與城鄉差距：空間群聚之分析。人口學刊，37，1-43。
- 郭室宜 (2008)。數學寫作活動對國中生數學領域學習成效及學習態度之影響研究 (未出版之碩士論文)。明道大學，彰化。
- 張春興 (1989)。張氏心理學辭典。臺北，東華書局。
- 張春興 (1991)。現代心理學。臺北，東華書局。
- 張春興 (1996)。教育心理學-三化取向的理論與實踐。臺北，東華書局。
- 國家通訊傳播委員會 (2018)。107 年全國各縣市 85 個偏遠鄉(鎮、市、區)及村里詳表。檢索日期 2018.09.01，取自
https://www.ncc.gov.tw/chinese/news_detail.aspx?site_content_sn=721&cate=0&keyword=&is_history=0&pages=0&sn_f=38575
- 陳順利 (2001)。原、漢青少年飲酒行為與學業成就之追蹤調查--以臺東縣關山地區為例。教育與心理研究，24 (1)，67-98。
- 曹博盛 (2005)。TIMSS 2003 臺灣國中二年級學生的數學成就及其相關因素之探討。科學教育月刊，283，2-34。
- 曹博盛 (2012)。TIMSS 2007 臺灣八年級學生的數學成就及其相關因素之探討(上)。科學教育月刊，355，2-24。

- 曹博盛 (2013)。TIMSS 2007 臺灣八年級學生的數學成就及其相關因素之探討(下)。科學教育月刊，356，2-21。
- 曹博盛 (2015a)。TIMSS 2011 臺灣八年級學生的數學成就及其相關因素之探討(I)。科學教育月刊，383，2-16。
- 曹博盛 (2015b)。TIMSS 2011 臺灣八年級學生的數學成就及其相關因素之探討(III)。科學教育月刊，385，2-15。
- 許琬函 (2013)。用數學寫日記—數學寫作在國小教學現場的實踐圖像 (未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化。
- 張源豐 (2009)。台東市馬蘭國小高年級生人格特質、學習態度對網路成癮之關聯 (未出版之碩士論文)。國立臺東大學，臺東。
- 黃千芳 (2007)。利用數學寫作提升國小學童數學解題能力之行動研究 (未出版之碩士論文)。國立彰化師範大學，彰化。。
- 曾千芬 (2007)。偵錯式數學寫作與回饋活動對於六年級學生學習分數測度構念之影響 (未出版之碩士論文)。國立嘉義大學，嘉義。
- 游玄光 (2009)。台東縣國民中小學學生學力測驗表現之研究 (未出版之碩士論文)。國立臺東大學，臺東。。
- 曾玉庭 (2018)。數學寫作應用於培養國小四年級學生數學素養之行動研究 (未出版之碩士論文)。中原大學，桃園。
- 黃立源 (2008)。台東縣國民中小學學生學力之研究 (未出版之碩士論文)。國立臺東大學，臺東。
- 曾安如 (2005)。國小二年級學童數學寫作活動、數學成就與數學態度之相關研究 (未出版之碩士論文)。國立臺中師範學院，臺中。
- 黃秀卿 (2006)。影響偏遠地區小型學校學力表現因素之研究 (未出版之碩士論文)。國立臺東大學，臺東。
- 黃長雄 (2012)。透過數學寫作了解國小三年級學童之分數概念 (未出版之碩士論文)。臺北市立教育大學，臺北。
- 黃啟晉 (2017)。不同數學寫作模式與數學能力水準對國小學童分數除法學習成效之影響。臺灣教育評論月刊，6 (11)，141-163。

- 黃雪萍 (2002)。國小高年級學童參加校外數學補習之背後因素與對數學學習影響之研究 (未出版之碩士論文)。國立臺東師範學院，臺東。
- 彭聃齡、張必隱 (2000)。認知心理學。臺北：東華書局。
- 黃敏雄 (2015)。學生數學表現的城鄉差異。教育研究集刊，61 (4)，33-61。
- 游群賀 (2010)。解題歷程寫作對五年級數學學習成效及數學態度之探究 (未出版之碩士論文)。國立臺南大學，臺南。
- 黃麗紅、溫嫩純、施皓耀 (2008)。數學寫作活動隊八年級中程度學生解題的影響之個案研究-以一元二次方程式應用問題單元為例。台灣數學教師電子期刊，16，33-49。
- 楊素禎 (2013)。階段性數學寫作對國中七年級學生數學學習成效之影響研究 (未出版之碩士論文)。國立嘉義大學，嘉義。
- 楊雅玉 (2012)。透過數學寫作了解國小六年級學童比例概念之研究 (未出版之碩士論文)。臺北市立教育大學，臺北。
- 鄔瑞香 (1997)。從一年級兒童的數學日記看評量。國民小學數學新課程學習評量方法初探。臺北：臺灣省國民學校教師研習會。
- 楊肅棟 (1997)。原漢族別、智力與國小學業成績關係之研究-以台東縣為例。東台灣研究，2，197-216。
- 楊肅棟 (1999)。原漢族別與學業成績關聯性之追蹤調查研究-以台東地區國小學童為例 (未出版之碩士論文)。國立臺東大學，臺東。
- 楊德清、姜淑珍 (2008)。數學寫作融入國三數學課室實踐歷程與影響之研究。科學教育學刊，16 (4)，439-458。
- 廖怡雯 (2011)。從數學寫作看小六學童的分數概念 (未出版之碩士論文)。國立嘉義大學，嘉義。
- 臺東縣政府縣政統計資訊網 (2018)。107 年 10 月臺東縣各鄉鎮人口統計。統計資料，檢索日期：2018.11.16，取自
<http://www.taitung.gov.tw/statistics/News.aspx?n=624F98642E38DF4C&sms=69CA9940FDCD788E>
- 蔡昀辰 (2014)。利用數學寫作的方式處理乘除法概念學習之個案研究-以二年級

- 為例（未出版之碩士論文）。國立臺南大學，臺南。
- 數理人文編輯室（2017）。數理簡訊—PISA 2015與TIMSS 2015再看國際數學評量中的臺灣。2017，**數理人文**，11，6-7。
- 劉祥通（1994）。寫作活動在數學教學中的角色。**教師之友**，35（5），32-36。
- 劉祥通（1997）。數學寫作教學策略初探。**國民小學數學科新課程概說（中年級）～協助兒童認知發展的數學課程**。臺北：臺灣省國民學校教師研習會
- 劉祥通、周立勳（1997）。數學寫作活動-國小數學教學的溝通用具。**國民教育研究學報**，3，239-261。
- 劉祥通、黃國勳（2005）。數學寫作活動的類型與實例。**臺灣數學教師電子期刊**，1，2-11。
- 劉祥通、鄔瑞香、黃瓊儀（2000）。從學生數與量部分的數學寫作分析一位老師的數學佈題。**教育研究資訊**，8(4)，141-166。
- 鄭惠芬（2005）。寫作活動融入國小二年級數學教學之研究（未出版之碩士論文）。國立臺中師範學院，臺中。
- 蕭明芳（2016）。運用數學學習日記提升國小六年級學生數學學習成效之行動研究（未出版之碩士論文）。國立臺中教育大學，臺中。
- 簡雅惠（2012）。透過數學寫作了解國小五年級學童分數加減概念（未出版之碩士論文）。臺北市立教育大學，臺北。
- 譚志遠（2007）。我愛數學—兩位排灣族學童的數學世界（未出版之碩士論文）。國立臺東大學，臺東。
- 魏宗明（1997）。國小實施數學寫作活動之研究（未出版之碩士論文）。國立嘉義師範學院，嘉義。

二、英文文獻

- Azzolion, A. (1990). Write as a tool for teaching mathematics: The silence revolution. In T. J. Cooney & C. R. Hirsch (Eds.), *Teaching mathematics in the 1990s*(pp.92-100). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Bell, E. S. & Bell, R. N. (1985). Writing and mathematical problem solving: arguments in favor of synthesis. *School Science and Mathematics*, 85, 210-221.

- Borasi, R., & Rose, B. J. (1989). Journal writing and mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 347-365.
- Dougherty, B. J. (1996). The writing way: A look at journal writing in first-year algebra. *The Mathematics Teacher*, 89(7), 556-560.
- Havens, L. (1989). Writing to enhance learning in general mathematics. *Mathematics Teacher*, 82(7), 551-554.
- Kenyon, P. W. (1989). Writing is Problem Solving. In P. Connolly, & T. Vilaridi,(Eds.), *Writing to learn mathematics and science*(pp.73-87). New York; Teachers College
- LeGere, A. (1991). Collaboration and writing in the mathematics classroom. *Mathematics Teacher*, 84(3), 166-171.
- McIntosh, D. (1991). No time for writing in your class? *Mathematics Teacher*, 84(6), 423-433.
- Miller, L. D. (1991). Writing to learning mathematics. *Mathematics teacher*, 84(7),516-521.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Pugalee, D. K. (1998). Promoting mathematical learning through writing. *Mathematics in school*, 27(1),20-22.



附錄

附錄一

數學寫作應用於數學領域學習成效之研究：以臺東縣二位國小五年級學生為例研究參與學生家長同意書

敬愛的家長，您好：

我是學生的班級導師，目前就讀於臺東大學教育學系學校行政碩士班，為提升學生數學學習領域的學習成效，老師會在課堂中進行數學寫作，並在學習單元結束後進行測驗，老師會蒐集學生的數學寫作單及測驗卷進行分析，以了解學生學習成效，進而透過相關的教學策略進行學生學習補救，期望提升學生在數學學習領域上的成效。

在研究的過程中，除了蒐集學生在數學學習上的相關資料外，也會在課堂中進行錄影，以記錄學生在課堂中呈現的想法及表現，學生寫完數學寫作單後，老師會與學生進行訪談，以了解學生的數學寫作內容，並明白學生對於數學概念的理解與思考情形，以此調整教學，使教學更貼近學生想法，學生學習上能更得心應手。

在研究過程中透過錄音、錄影以便於研究分析，老師為保護學生的隱私，蒐集之數學寫作單、測驗卷、錄影、錄音的資料僅供研究分析之用途，不另作他用，亦不公開學生的個人資料。論文中呈現之學生姓名會以代號處理，亦不呈現學生人像圖片。

另外，在研究期間，老師絕不會因研究而耽誤學生課堂的上課時間，亦不對學生的課業產生負面影響，請家長放心！

懇請家長同意您的孩子參與本研究，如蒙您的惠允，感激之至。如您同意孩子參與本研究，請您在下方“研究參與學生家長同意書”中簽名。另外，如果家長對本研究有任何疑問，歡迎家長與我聯絡。

敬祝

平安喜樂

國立臺東大學教育學系學校行政碩士班

研究生 鄭盧怡君 敬上

108年2月 日

研究參與學生家長同意書

茲同意本人之子女_____參與「數學寫作應用於數學領域學習成效之研究：以臺東縣二位國小五年級學生為例」之研究。

法定代理人（家長或監護人）簽名：_____

108年2月 日

數學單元測驗卷

1080603-比率與百分率-S

1. 寧寧國小共有 40 名學生，其中六年甲班有 10 名學生，請問六年甲班學生占全校學生人數的比率是多少？

2. 寧寧國小共有 45 名學生，補救教學篩選測驗時，國語不通過學生有 10 人，數學不通過學生有

18 人。請問國語不通過學生占全校的比率是多少？數學不通過學生占全校的比率是多少？兩者比率的差是多少？

3. 奶奶包粽子包了 60 顆，其中紫米口味的比率是 0.4，剩下的是白糯米口味，請問紫米口味的粽子有幾顆？白糯米口味的粽子有幾顆？

4. 武武在一場足球比賽中，共射門 12 次，其中進球 9 次，請問武武這場足球賽的進球率是多少？用百分率表示。

5. 濱濱鄉的學生營養午餐費，每餐從 45 元上漲至 54 元，請問營養午餐漲幅的比率是多少？用百分率表示。

6. 電視廣告上正宣傳一則減肥藥品，宣稱持續用藥一週就能減少體重的 20%，若藥品真具該效用，請問體重 52 公斤的美美用藥一週後的體重是多少？

7. 寧寧村人口數共 1500 人，這次九合一選舉的投票率達 45%，請問未投票人數有多少人？

8. 寧寧國小辦園遊會，五年甲班將販賣烤肉串，並決定將所有商品加四成五賣出，請問一串成本 20 元的雞肉串，售價是多少元？

9. 快快運動用品店全館做統一促銷活動，原價 2400 元的 A 運動鞋打折後賣 1920 元，請問原價 2500 元的 B 運動鞋，打折後賣多少元？

10. 寧寧國小共有 50 名學生，暑假夏令營中，參加英語營佔全校人數比率為 0.36，參加智慧營佔全校人數的 48%，請問哪一個營隊參加的人數較多？



哪裡不對勁？

1080522-偵 5-S__

翔翔練習足球射門時，練習踢進球總共踢了 30 次，其中進球 12 次，請問翔翔的進球的比率是多少？

$$30 \div 12 = 2.5$$

答：進球的比率是 2.5

上面的解題中是否有不合理的地方，請提出你的理由，再將合理的解題方式清楚寫出來。

廷廷和嘉嘉練習足球射門，廷廷踢了 10 次，進球 7 次，嘉嘉踢 8 次，請問誰射門進球的機會比較高？

$$8 > 7$$

答：嘉嘉射門進球的機會比較高

上面的解題中是否有不合理的地方，請提出你的理由，再將合理的解題方式清楚寫出來。

我想說…



換我來出題

1080524-擬 4-S__

同學們，老師想讓學生練習一些算式，但想不出貼切的題目，請你協助老師出題目考考大家，不過解題方法必須要是符合算式的題目唷！（出題方式可以使用文字或圖畫）

另外，在「我想說…」部分中，可以將你這幾日學習數學時的感受、困難、疑惑都記錄下來與老師分享唷！

1. 想想看，「25%」這個數字可能出現在生活中的什麼地方？

2. 想想看，什麼時候你會用「 $40 \times 25\%$ 」來解決問題？

3. 請為算式「 $40 \times 25\%$ 」設計一個文字情境題，並進行解題。

我想說…

附錄五



我來寫給你看

1080529-解 7-S__

同學們，請你回想並整理一下剛剛數學課所學習到的內容，然後將下面問題依自己所學習到的數學知識進行解題，可以用你覺得解題最完整的表達方式做記錄，將解題想法盡可能的一步驟一步驟清楚表達，讓老師及其他同學也能了解你怎麼想。

另外，在「我想說…」部分中，可以將你這幾日學習數學時的感受、困難、疑惑都記錄下來與老師分享唷！

Q1：麗麗一家人五口到餐廳用餐，爸爸和媽媽看了菜單後，點了 320 元的餐點各一份，三個小孩也各點 150 元的兒童餐一份，菜單上並註明加收消費金額的一成服務費，請你幫忙麗麗試算，全家人這一餐共需花費多少錢？

Q2：夏日冰品大特價，77 便利商店推出第二件打六折優惠，家家便利商店推出每件打八折優惠，若老師想買 30 元的冰 2 支，請問哪一家便利商店賣的冰比較便宜？若老師想買 30 元的冰 3 支，請問哪一家便利商店賣的冰比較便宜？

我想說…

附錄六



數學收納家

1080531-總 4-S__

同學們，學習完「比率與百分率」這單元後，請你試著將學習到的數學知識內容整理並做收納，以便需要時能迅速讀取，可以是繪製一張屬於你的數學知識網絡圖或以文字呈現重點形式等，發揮你的智慧與創意設計你的數學知識收納庫

另外，在「我想說…」部分中，可以將你這幾日學習數學時的感受、困難、疑惑都記錄下來與老師分享唷！

我的數學知識收納庫～

想想看，在學習「比率與百分率」這單元時，你學習到了哪些內容？清楚地寫下來並整理。

我想說…

附錄七

1080529-解 7-S1 晤

T：「題目有沒有不清楚的地方、或看不懂的部分，需要老師再跟你說？」

S1：「沒有。」

T：「你看到這個題目第一個想到的是什麼？」

S1：「寫算式啊！」

T：「題目中有哪些資訊可以幫助你解題？」

S1：「320 元的餐點各 1 份，三個小孩各點 150 元的兒童餐 1 份，註明加收金額的 1 成服務費，這一餐共需花費多少錢。」

T：「還有嗎？」

S1：「沒有。」

T：「你說說看你解題的過程，先做了什麼，然後做什麼，接著又做什麼部分？」

S1：「我先把餐費全部算出來，然後呢！再把服務費也算出來，最後把餐費跟服務費一起加就是答案。」

T：「你覺得你算出來的答案有符合題意嗎？」

S1：「應該有。」

T：「你有做什麼檢查嗎？」

S1：「沒有。」

T：「如果要做檢查的話，你會怎麼檢查？」

S1：「1199-109，然後那個，餐費再重算，看有沒有符合 1090。」

T：「關於第一題有沒有想補充的部分？」

S1：「沒有。」

T：「看到第二題的部分，有沒有不清楚、或看不懂的部分，需要老師再跟你說？」

S1：「…，沒有。」

T：「你看到題目第一個想到的是什麼？」

S1：「也是寫算式。」

T：「看到題目第一個想的就是寫算式？」

S1：「對。」

T：「題目中有哪些資訊可以幫助你解題？」

S1：「77 便利商店推出第二件打 6 折優惠，家家便利商店推出每件打八折優惠，還有老師想買 30 元

的冰 2 支，哪一家便利商店比較便宜，還有老師想買 30 元的冰 3 支，哪一家便利商店賣的冰比

較便宜。」

T：「所以在第一個問題，他問哪一家便利商店賣得比較便宜，你怎麼算的？」

S1：「把每間便利商店的打折優惠跟老師要買的冰棒的錢算出來。」

T：「在你的算式中 $(30 \times 0.6) + 30$ ， 30×0.6 代表的是什麼？」

S1：「30 元的冰棒打 6 折。」

T：「為什麼只有一支冰打 6 折？」

S1：「因為 77 便利商店第二件打 6 折。」

T：「所以 30×0.6 這是算什麼的錢？」

S1：「對。」

T：「那後面 $+30$ 的部分是指什麼？」

S1：「第一支冰的錢。」

T：「那家家便利商店買 30 元的冰兩支，怎麼算？」

S1：「在這裡。」（指算式）

T：「 30×0.8 這邊是在算什麼？」

S1：「家家便利商店一支打 8 折的錢。」

T：「那後面 $\times 2$ 的部分是指？」

S1：「他買 2 支。」

T：「所以買 2 支的時候，這兩間店哪一家便宜？」

S1：「一樣。」

T：「買 3 支的時候呢？ $(30 \times 0.6) + 30 \times 2$ ，算式中的 30×0.6 是指什麼？」

S1：「77 便利商店第 2 支的錢。」

T：「那 30×2 呢？」

S1：「第一和第三支的錢。」

T：「那家家便利商店買 3 支的錢，你先算什麼部分？」

S1：「括弧先算家家便利商店每件的錢，然後買 3 支。」

T：「最後你發現，買 3 支的時候，哪一家便利商店比較便宜？」

S1：「家家便利商店。」

T：「你覺得你算出來的答案有沒有符合題目要問的？」

S1：「有。」

T：「你有做任何檢查的動作嗎？」

S1：「沒有。」

T：「你怎麼知道答案有符合題意？」

S1：「不知道。」（聳肩）

T：「那如果你要檢查的話，你會怎麼檢查？」

S1：「...，也是再算一遍。」

T：「最後你在我想說的部份說，商店很會騙人，這句話什麼意思？」

S1：「在第二題發現，有些打折很低，買不一樣的數量的時候，就會比另外一個打折的錢還多。」

T：「你有沒有什麼話想再跟老師說？或是要對剛剛的回答做補充？」

S1：「沒有。」