

國立臺東大學特殊教育碩士專班
碩士論文

指導教授：魏俊華博士

智能障礙與普通學生在立體幾何概念之
心智模式比較分析



研究生：江 曉 卿

中華民國九十七年八月

國立台東大學
學位論文考試委員審定書

系所別： 特殊教育碩士專班

本班 江曉卿 君

所提之論文 智能障礙與普通學生在立體幾何概念
之心智模式比較分析

業經本委員會通過合於 ☒ 碩士學位論文 條件
☐ 博士學位論文

論文學位考試委員會：林坤燦

(學位考試委員會主席)

劉明松

魏俊亭

(指導教授)

論文學位考試日期：九十七年八月三日

國立台東大學

博碩士論文授權書

本授權書所授權之論文為本人在 國立台東大學 特殊教育研究所 系(所)
 組 九十七 學年度第 一 學期取得 碩 士學位之論文。
論文名稱：智能障礙與普通學生在立體幾何概念之心智模式比較分析

本人具有著作財產權之論文全文資料，授予下列單位：

同意	不同意	單 位
☒	☐	國家圖書館
☒	☐	本人畢業學校圖書館

得不限地域、時間與次數以微縮、光碟或其他各種數位化方式重製後散布發行或上載網站，藉由網路傳輸，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

本論文為本人向經濟部智慧財產局申請專利(未申請者本條款請不予理會)的附件之一，申請文號為： ，請將全文資料延後半年再公開。

公開時程

立即公開	一年後公開	二年後公開	三年後公開
			✓

上述授權內容均無須訂立讓與及授權契約書。依本授權之發行權為非專屬性發行權利。依本授權所為之收錄、重製、發行及學術研發利用均為無償。上述同意與不同意之欄位若未夠選，本人同意視同授權。

指導教授姓名：張伶華 (親筆簽名)
研究生簽名：江曉卿 (親筆正楷)
學 號：1994004 (務必填寫)

日 期：中華民國 九十七 年 八 月 十二 日

1. 本授權書 (得自 <http://www.lib.nttu.edu.tw/theses/> 下載) 請以黑筆撰寫並影印裝訂於書名頁之次頁。

2. 依據 91 學年度第一學期一次教務會議決議：研究生畢業論文「至少需授權學校圖書館數位化，並至遲於三年後上載網路供各界使用及校內瀏覽。」

授權書版本 2005/06/09

謝誌

在台東碩士專班忙碌、充實的日子，於論文順利完成的情況下，劃下句點。這個令人印象深刻的學習歷程，一路走來，得到許多關懷、協助與提攜。

首先感謝指導老師魏俊華教授，有老師的指導，學生才能順利完成論文，使我在學習研究上有更深的領悟與體會，在我思緒遇到瓶頸時，總是能給我指引，使我能重新思考以解決疑問，並對研究內容不厭其煩的琢磨，除了使得論文更為充實外，更讓我的國文造詣提昇許多，在此致上最高的敬意與謝意。感謝口試委員林坤燦教授以及劉明松教授，於口試時提供許多的寶貴建議，使得論文架構以及內容更加完備。

此外，還要謝謝吳永怡教授的指導，以及同窗好友的鼓勵以及協助，尤其是同一指導教授的研究團隊們，謝謝你們。另外，也感謝參與研究的小朋友，給予我最真切的回應，你們是我生命中的小貴人。

最後，感謝家人對我的照顧，你們的關懷，讓我無後顧之憂的完成學業。

要感謝之人實在太多，如果本論文能提供給相關研究者一些參考，是我樂見的。願以此論文與你們分享，謝謝你們，也祝福你們！

智能障礙與普通學生在立體幾何概念之 心智模式比較分析

摘要

本研究旨在探討智能障礙及普通學生在立體幾何概念之心智模式比較分析。研究對象為國小六年級學生，經由診斷測驗瞭解高學習成就組、中學習成就組、低學習成就組及智能障礙學生在立體幾何概念之表現情形；再藉由晤談，歸納整理出不同學習成就組面對數學幾何問題時的內在想法，並推測心智模式。根據本研究結果與發現，獲得以下結論：

一、在立體圖形診斷測驗中，「錐體」、「頂點」、「邊」、「垂直」、「展開圖」、「透視圖」六個概念，不同學習成就組的學生所表現出的答對題數平均值由高至低皆是高學習成就組優於其他各組，中學習成就組次之，再者為低學習成就組，而智能障礙組居末。

二、在立體圖形診斷測驗中，「面」與「平行」此兩個概念，不同學習成就組的學生所表現出的答對題數平均值由高至低的順序依序為高學習成就組優於其他各組，中學習成就組次之，再者為智能障礙組，而居末組為低學習成就組。

三、在立體圖形診斷測驗中，「柱體」此一概念，不同學習成就組的學生答對題數平均值表現為高學習成就組與低成就組學生相同，次之為中學習成就組，再者為智能障礙組。

四、研究發現展開圖之心智模式有五種類型：（一）正確模式。（二）誤解模式。（三）逾邊模式。（四）單三角形模式。（五）多角平面模式。

五、研究發現透視圖之心智模式有五種類型：（一）正確模式。（二）缺虛線模式。（三）缺實線模式。（四）缺邊模式。（五）平面模式。

關鍵詞：智能障礙學生、立體幾何、柱體、錐體、心智模式

The Comparative Analysis of Solid Geometry Concept Based Mental Models of Intellectually Disabled Students and Normal Students

Abstract

The purpose of this study is to probe into the comparative analysis of solid geometry concept based mental models of intellectually disabled students normal students. The study subjects are 6th grade elementary school students. Through diagnostic tests, the geometry concept based performances of the high learning achievement group, the medium learning achievement group, the low learning achievement group, and the intellectually disabled group are found. Then, through interview conductions, the internal thoughts of the different learning achievement groups when asked mathematical geometry based questions are compiled to predict the mental model. Based on the study results and study findings, the following conclusions are drawn:

1. In the solid figure diagnostic test, in terms of six concepts including “cone”, “apex”, “side”, “perpendicular plane”, “extension drawing” and “perspective view”, the high learning achievement group performs the best among all the groups followed by the medium learning achievement group and the low learning achievement learning group based on the mean of the number of correctly answered questions arranged from high to low. The intellectually disabled group ranks last.
2. In the solid figure diagnostic test, in terms of two concepts including “plane” and “parallelism”, the high learning achievement group performs the best among all the groups followed by the medium learning achievement group and the intellectually

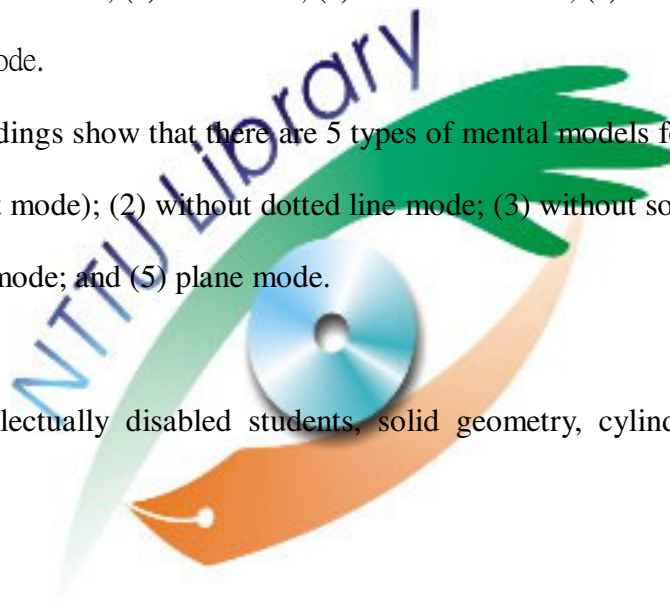
disabled group based on the mean of the number of correctly answered questions arranged from high to low. The low learning achievement group ranks last.

3. In the solid figure diagnostic test, in terms of the “cylinder concept”, the high learning achievement group and the low learning achievement group have the same performance based on the mean of the number of correctly answered questions followed by the medium learning achievement group and the intellectually disabled group.

4. The study findings show that there are 5 types of mental models for the extension drawing: (1) correct mode; (2) error mode; (3) excess side mode; (4) triangle mode; and (5) polygon plane mode.

5. The study findings show that there are 5 types of mental models for the perspective view: (correct mode); (2) without dotted line mode; (3) without solid line mode; (4) without side mode; and (5) plane mode.

Keyword: intellectually disabled students, solid geometry, cylinder, cone, mental model



目 錄

● 第一章 緒論

第一節 研究問題背景與動機	1
第二節 研究目的與待答問題	3
第三節 名詞解釋	4
第四節 研究範圍與限制	6

● 第二章 文獻探討

第一節 輕度智能障礙學生的數學學習特徵	7
第二節 兒童幾何概念的發展理論	11
第三節 數學幾何問題的特性與學習	16
第四節 心智模式的相關研究	22

● 第三章 研究方法

第一節 研究架構	24
第二節 研究對象	26
第三節 研究方法	27
第四節 研究工具	28
第五節 研究流程	34
第六節 資料處理與分析	36

● 第四章 研究結果與討論

第一節 診斷測驗試題結果分析	38
第二節 高中低學習成就組及智能障礙組口語資料分析	58
第三節 學生錐體與柱體之作圖	69
第四節 綜合討論	79

● 第五章 結論與建議

第一節 結論	87
第二節 建議	89
參考文獻	91
附錄一 立體幾何診斷測驗	96
附錄二 立體幾何唔談題本	106
附錄三 立體圖形診斷測驗之專家效度檢核表	112
附錄四 立體幾何問題唔談記錄本	114
附錄五 研究對象逐字稿	120
附錄六 唔談過程照片整理	155

表次

表 2-1 九年一貫課程綱要國小數學領域立體幾何能力指標	17
表 2-2 幾何概念研究一覽表	20
表 3-1 立體圖形診斷測驗預試項目分析摘要表	29
表 3-2 立體圖形診斷測驗雙向細目表	32
表 3-3 數理專家相關背景表	32
表 3-4 晤談資料編碼意義表	37
表 4-1 各組「立體幾何」概念之答對總題數總分平均值統計表	38
表 4-2 「立體幾何」概念總分 ANOVA 分析	39
表 4-3 各組 Scheffe 「立體幾何」之答對總題數總分平均值差異比較	39
表 4-4 各組「柱體」概念之答對題數總分平均值統計表	41
表 4-5 各組「柱體」概念之答對題數總分平均值統計表	41
表 4-6 各組「錐體」概念之答對題數總分平均值統計表	43
表 4-7 各組「錐體」概念之答對題數總分平均值差異比較	43
表 4-8 各組「面」概念之答對題數總分平均值統計表	45
表 4-9 各組「面」概念之答對題數總分平均值差異比較	45
表 4-10 各組「邊」概念之答對題數總分平均值統計表	47
表 4-11 各組「邊」概念之答對題數總分平均值差異比較	47
表 4-12 各組「頂點」概念之答對題數總分平均值統計表	49
表 4-13 各組「頂點」概念之答對題數總分平均值差異比較	49
表 4-14 各組「垂直」概念之答對題數總分平均值統計表	51
表 4-15 各組「垂直」概念之答對題數總分平均值差異比較	51
表 4-16 各組「平行」概念之答對題數總分平均值統計表	53

表 4-17 各組「平行」概念之答對題數總分平均值差異比較.....	53
表 4-18 各組「展開圖」概念之答對題數總分平均值統計表.....	55
表 4-19 各組「展開圖」概念之答對題數總分平均值差異比較.....	55
表 4-20 各組「透視圖」概念之答對題數總分平均值統計表.....	57
表 4-21 各組「透視圖」概念之答對題數總分平均值差異比較.....	57
表 4-22 不同學習成就組的學生所表現出的答對題數平均值表現情形.....	79



圖次

圖 3-1 主要研究架構.....	25
圖 3-2 研究方法.....	27
圖 3-3 研究流程圖.....	35
圖 4-1 各組在「柱體」概念答對題數平均值表現圖.....	40
圖 4-2 各組在「錐體」概念答對題數平均值表現圖.....	42
圖 4-3 各組在「面」概念答對題數平均值表現圖.....	44
圖 4-4 各組在「邊」概念答對題數平均值表現圖.....	46
圖 4-5 各組在「頂點」概念答對題數平均值表現圖.....	48
圖 4-6 各組在「垂直」概念答對題數平均值表現圖.....	50
圖 4-7 各組在「平行」概念答對題數平均值表現圖.....	52
圖 4-8 各組在「展開圖」概念答對題數平均值表現圖.....	54
圖 4-9 各組在「透視圖」概念答對題數平均值表現圖.....	56
圖 4-10 高學習成就組 S1-S3 三角錐展開圖.....	71
圖 4-11 中學習成就組 S4-S6 三角錐展開圖.....	72
圖 4-12 低學習成就組 S7-S9 三角錐展開圖.....	72
圖 4-13 智能障礙組 S10-S12 三角錐展開圖.....	73
圖 4-14 高學習成就組 S1-S3 五角柱透視圖.....	75
圖 4-15 中學習成就組 S4-S6 五角柱透視圖.....	76
圖 4-16 低學習成就組 S7-S9 五角柱透視圖.....	76
圖 4-17 智能障礙組 S10-S12 五角柱透視圖.....	77
圖 4-18 展開圖之正確模式.....	81
圖 4-19 展開圖之誤解模式.....	82

圖 4-20 展開圖之逾邊模式·····	82
圖 4-21 展開圖之單三角形模式·····	83
圖 4-22 展開圖之多角平面模式·····	83
圖 4-23 透視圖之正確模式·····	84
圖 4-24 透視圖之缺虛線模式·····	84
圖 4-25 透視圖之缺實線模式·····	85
圖 4-26 透視圖之缺邊模式·····	85
圖 4-27 透視圖之平面模式·····	86



第一章 緒論

本章共分為四個部份，第一節針對本研究之背景與動機加以描述，第二節就研究目的與研究問題做討論，第三節解釋本研究使用之相關名詞予以定義，第四節說明本研究之研究限制範圍，分別撰述如下：

第一節 研究問題背景與動機

研究者本身為國小教師，在教學四年多的實務過程中，瞭解到多數學童面臨數學課程的徬徨與不安，再探求之，尤以課程中有關幾何空間的概念最為明顯。對於青少年來說，幾何同時提供了他們生動直覺的圖像和嚴謹邏輯結構，這有利於激發他們大腦的左右兩個半球的潛力，使學習效率增加（張景中、曹培生，1996）。因此，幾何空間的概念在學童學習數學的領域裡佔了舉足輕重的角色。

在我們周遭的自然與社會環境中，到處可見到數與形有關的問題，形（幾何）的教材一直都是國內外數學科教材內容的主要部份之一（左台益、梁勇能，2001；盧銘法，1996；NCTM，2000），但幾何教學卻與課堂外的空間世界沒有聯繫。就人類的思考而言，「圖形」是一個不可或缺的要素，它是根據物體的形狀抽象化而形成的，在生活中常可以找到對應的東西（趙育敏 1996；劉好，1998），例如：常見建築物的柱子就是圓柱的象徵、金字塔就是三角錐四角錐的象徵、小朋友喜愛吃的御飯糰就是三角柱的象徵。而我們居住在立體的世界，生活中到處需要立體幾何知識，雕刻藝術家、木匠、建築師，設計製造機器的人則需要更多的立體幾何知識（朱建正，1998）。所以，我們可以知道立體幾何圖形充斥在我們生活的周遭。

翻閱國內外幾何學相關研究，我們可以發現大多數學者的研究方法主要為筆試，少數研究方法為晤談方式；而幾何概念屬於高層次思考，研究對象皆設定為普通學生，少有涉略研究身心障礙類學生在幾何圖形概念之相關研究；且全數研究偏重於平面圖形，針對立體圖形的研究並不多。數學應是讓所有學生都可以親近，同時應是每一位學童都有公平的學習機會，不會因為學童本身的學習成就不相等而呈現出差異，所以藉此研究，想要瞭解普通學生及智能障礙學生面對數學幾何問題時的內在想法，以及瞭解普通學生及智能障礙學生在立體幾何概念上之心智模式，此為本研究的動機之一。

在科技高度發展的今日，教育環境亦快速的改變，教師須面對全球資訊化與社會變遷。協助學習者發展高層次思考能力，是現階段教師教學上最大的挑戰。九年一貫課程改革之主要目的乃是透過課程的銜接，並配合教學方法與觀念的創新，以有效提昇教育的品質。課程改革不只局限於教科書上的重整而已，沒有教師的支持與改革的決心，可能使新課程的理想落空。教師不能再照本宣科，無視時代轉移，應與時俱進，使受教者能提升學習效能，以獲得較高的學業成就。

近年來生育率降低，課程改革重質不重量，要有效的改進教學上的難題，才能培養出優質的下一代，所以教師的教學法不能再墨守成規，應配合大環境隨時作機動性調整，否則將無法滿足學生的需求。本研究的結果，除了提供其他相關研究及課程內容的編選外，也有助於教師對於學生幾何概念學習的瞭解，藉由這樣的瞭解，在課程安排及教學進度則有較佳的把握，教師可經由這些瞭解佈置適當的題目，提供學生思考的空間，此為本研究的動機之二。

基於上述原因，研究者為因應教育改革精神，及幫助智能障礙與普通學生克服在立體幾何概念上的學習困難，進而達到有效學習，故發展立體幾何診斷測驗及半結構式晤談題本，期待在教育現場的教師們，皆能診斷出學生概念的形以及錯誤的類型，使教學更加專業化。

第二節 研究目的與待答問題

壹、研究目的

基於上述，本研究目的如下：

- 一、瞭解六年級智能障礙與普通學生在立體幾何概念之表現情形。
- 二、分析六年級智能障礙與普通學生在立體幾何概念之心智模式類型。

貳、待答問題

基於研究目的，本研究之待答問題分述如下：

- 一、國小六年級智能障礙與普通學生在柱體、錐體、面、頂點、邊、平行、垂直、展開圖、透視圖之答對題數平均值為何？
 - 1-1 國小高學習成就組學生在柱體、錐體、面、頂點、邊、平行、垂直、展開圖、透視圖之答對題數平均值為何？
 - 1-2 國小中學習成就組學生在柱體、錐體、面、頂點、邊、平行、垂直、展開圖、透視圖之答對題數平均值為何？
 - 1-3 國小低學習成就組學生在柱體、錐體、面、頂點、邊、平行、垂直、展開圖、透視圖之答對題數平均值為何？
 - 1-4 國小智能障礙組學生在柱體、錐體、面、頂點、邊、平行、垂直、展開圖、透視圖之答對題數平均值為何？
- 二、國小六年級智能障礙與普通學生在立體幾何概念之心智模式為何？
 - 2-1 國小高學習成就組學生在立體幾何概念之心智模式為何？
 - 2-2 國小中學習成就組學生在立體幾何概念之心智模式為何？
 - 2-3 國小低學習成就組學生在立體幾何概念之心智模式為何？
 - 2-4 國小智能障礙組學生在立體幾何概念之心智模式為何？

第三節 名詞解釋

以下就本研究相關之名詞作解釋或界定：

壹、智能障礙學生

根據「身心障礙及資賦優異學生鑑定標準」（教育部，2002）本法第三條第二項第一款所稱智能障礙，指個人之智能發展較同年齡者明顯遲緩，且在學習及生活適應能力表現上有嚴重困難者，其鑑定標準如下：

- 一、心智功能明顯低下或個別智力測驗結果未達平均數負二個標準差。
- 二、學生在自我照顧、動作、溝通、社會情緒或學科學習等表現上較同年齡者有顯著困難情形。

參與本研究的智能障礙學生均為民國九十六學年度，經屏東縣特殊教育學生鑑定及就學輔導委員會鑑定為輕度智能障礙之三名六年級學生。

貳、立體幾何概念

所謂概念（concept）是對同類事物獲得的概括性名稱或符號（張春興，2000年）。而概念的發展是不斷地重組和重新建構概念（王文科譯，1992）。概念應包含的五要素，Bruner（1964，1965）曾指出分別為：命名（名稱）、事例（原型）、屬性（特徵）、屬性價值與規則。

本研究所指的「立體幾何概念」，是指出現九年一貫課程中的立體圖形教材，內容包括有柱體、錐體的辨認；展開圖、透視圖的認識；柱體與錐體構成要素；面、邊、頂點及其個數的瞭解；柱體中邊、面平行與垂直關係。但本研究所謂柱體與錐體，指的是正柱體及正錐體，所以斜柱體與斜錐體不在本研究探討範圍，另外球體的概念也不加以探討。

參、心智模式

心智模式一詞指的是最早是西元 1943 Kenneth Craik 提出的概念，他認為心智模式是一種動態的表徵或對外在世界的模擬，人類自動將外來的事件轉譯成為內在的模式。若學生的心智模式精確至某種程度後，它便能較有效地預測現象，以舊有的知識便可解決現今問題。而 Johnson-Laird（1983）則認為心智模式代表著事物的狀態，扮演著直接表徵或類比的角色，其結構表現了世上事物的相關狀態。本研究所謂的「心智模式」是依據「立體圖形唔談題本」中的作圖內容，歸納整理出學生在唔談過程回應研究者，以繪圖方式動態的表徵，呈現出其內在想法。



第四節 研究範圍與限制

- (一) 本研究限定於學童在立體幾何概念之心智模式，其他數學領域之概念學習並不在本研究探討範圍內，故無法推論到其他數學概念。
- (二) 研究對象的學習階段為國小屏東縣東港輔導區六年級的學童，若要將其他研究結果推論到其他縣市不同學習階段的學童，則可能因心智發展程度的不同，而有研究結果的不同產生。
- (三) 本研究經由半結構式晤談結果，與閱讀國內外數學幾何問題文獻，所推估歸納學生心智模式類型，所測的心智模式為研究者推測而得，在類型上亦有所限制。因此，本研究結果並非包含了「所有」與數學幾何相關之心智模式，可能有其他與本研究結果相異之心智模式存在。

第二章 文獻探討

根據研究動機與目的，本章就國內外相關理論與文獻進行探討，主要內容如下：第一節為輕度智能障礙學生的數學學習特徵；第二節兒童幾何概念的發展理論；第三節認識數學幾何問題的特性與學習；第四節概念的意涵；第五節心智模式的相關研究。

第一節 輕度智能障礙學生的數學學習特徵

就整體而言，智力是決定數學能力的重要因素，智力愈低，數學能力也愈低（王天苗，1986）。國小智能障礙學生的各項數學能力平均低下，僅以認知、圖形空間、術語符號、加法、幾何與集合的表現較好，而以金錢、乘法、除法與統計圖表能力最差。以發展階段而言，大約僅具國小一年級左右的數學程度。且身心障礙學生的數學能力有隨年級增長而逐漸增加的趨勢，惟發展有漸趨遲滯的現象，而國中階段智能障礙學生在認數、術語符號、加法、集合、幾何與數等數學領域方面的能力較好，但在金錢、情境推理、測量、除法、量與實測、分數與範型等方面較差，只達一般國民小學三、四年級的發展程度（盧台華，1995）。Thurlow（1975）發現輕度智能障礙兒童學習時間及金錢的效果最佳，而長度及重量測量之學習效果不如金錢與時間之學習。所以輕度智能障礙學生是可以學習一些基礎的數學概念，包括分類、數序、一對一的對應、保留概念、四則運算及推理能力等。

智能障礙與普通學生在數學能力的發展是有所差異的。Reisman (1982) 發現無論資優、一般能力或輕、中重度智能障礙學生學習數學的差異僅在速率方面，智能障礙學生需要較多的時間才能牢記所學之技能。在智能障礙兒童之認知發展方面，有些研究指出輕度智能障礙者能發展至具體操作期，中度智能障礙者能發展至前運思期，而重度及極重度智能障礙者僅能達感覺動作期 (Dunn, 1973)。皮亞傑的研究顯示，教學需配合兒童的發展階段，才能提高兒童的學習效果。若配合身心發展速率進行適當教學，智能障礙兒童在數學基礎運算方面，能達到與其心理年齡相當之普通兒童程度 (Dunn, 1973; Macmillan, 1977)。因此瞭解智能障礙學生的數學學習特徵，才能對智能障礙學生提供最適切的教學。以下即針對輕度智能障礙學生數學學習特徵作進一步說明：

一、一般認知及後設認知缺陷

有關輕度智能障礙者的數學學習在認知及後設認知方面的缺陷包括：缺乏數學概念、對於抽象層次概念的運算能力上感到困難、無法選擇合適的學習策略、對於問題解決的評估能力有所困難、無法辨別及選擇正確的學習策略，以及無法應用策略至合適的情境等。

二、注意力缺陷

輕度智能障礙者注意力方面的缺陷包括：注意力集中的時間較短、較不容易集中注意力、選擇性注意力較差，以及注意力廣度較小等。由於數學學習的每項步驟之間關係非常密切，所以要將數學學好，學生必須對每一個學習步驟保持高度的專注力、興趣，且在其精神狀態良好的情況下進行。注意力缺陷導致智能障礙者數學學習困難的情形包括：學生在維持演算步驟、解決問題時的注意力，以及在持續注意關鍵性的數學教學方面有困難等。

三、記憶力缺陷

輕度智能障礙者的記憶過程略為緩慢及記憶容量稍小，此種記憶力方面的缺陷，不利於輕度智能障礙學生學習需系統化累積知識及能力的數學學科。

記憶力是個體學習的主要因素，個體要有效學習，必須能記憶所學內容，並將其運用在新的情境上（林美和，1992）。記憶力的缺陷導致輕度智能障礙者數學學習的情形有無法保留數學事實或新資訊、會遺忘演算步驟、在複習舊課程上表現拙劣以及報時上有所困難，以及無法解決多個步驟的文字題型等。

四、類化遷移困難

學習遷移是指利用已習得之經驗以解決新問題或適應新環境的能力，亦即何華國（1995）提出的學習效果擴展現象。類化遷移困難導致輕度智能障礙數學學習的情形，即使面對題型類似的數學題，智能障礙學生也可能因問題敘述的方式不同，便無法搜尋到適當的解題策略，或是無法從幾個不同的數學題目中歸納出相同的線索以進行解題等（林怡君，2001）。

五、學習動機低落

輕度智能障礙學生和數學低成就學生都有學習動機低落，堅持度不高、反應慢，喜歡同儕學習（蔡翠華，1996）、預期失敗與學習無助感等心理特質。有關輕度智能障礙學生學習數學動機低落的因素如因長期學習挫敗，使其看到題目時，不經嘗試即表示不願意作答等無作答動機行為（秦麗花，1995）。

六、缺乏有效學習策略

因為學習型態和學習策略不良，以及缺乏使用學習策略的能力，常導致輕度智能障礙學生數學學習方面的低成就。如果給予輕度智能障礙學生高結構性的教材、有效教學、及提供充分練習與複習機會，應能將其學習潛能發揮極至（盧台華，1987）。

七、語言能力缺陷

語言能力是個體智力的指標，語言能力和智力表現是密不可分的（Brimer，1990）。輕度智能障礙的學生因缺乏語言能力導致其在數學學習上產生的困難包括：無法理解如「加上」、「比」等數學用語（Snyder，1998）；或是不瞭解題意、抓不到題目的重點，而無法順利解出數學文字題。

綜合上述，輕度智能障礙學生具有一般認知及後設認知及注意力與記憶力的缺陷，無法學習類化、缺乏學習動機等學習特性，再加上語言方面的能力也不佳，所以需仰賴複雜認知歷程、抽象程度較高，且著重語文解題的數學學習，是一項極為困難的挑戰。

第二節 兒童幾何概念的發展理論

兒童的幾何概念如何發展呢？首先探討概念之意涵，再探討 Piaget 認知發展的幾何概念，接著探討 van Hiele 的幾何思考階段。以下的幾何概念發展理論分析，提供了本研究試題編製的方向。

壹、概念的意義

對於概念（concepts）一詞，就教育心理學的觀念而言，概念是一個名稱或符號，用來代表具有共同屬性（attributes）一類事物的全體所使用的名稱或符號（symbols）。英文中 concept 和 conception 同樣翻譯為「概念」，但涵義卻有所不同，根據韋氏大字典的解釋，concept 是指經過思考後的想法（idea），可能抽象也可能只是模糊的感覺到（sensed），而 conception 則是強調想像過程或形成過程，而非結果。

Arnone（1971）對概念界說：「概念是由一組觀念（ideas）或符號（symbols）所集合而成的一種觀念或符號。」、「概念是反應個體已達評價程度的各種態度（attitudes）和成見（prejudices）。」、「概念是一種心理意像（mental image），特別是指結合同一類事物的各項特徵，使其成為一種意念（notion）的這種概括觀念。」

當一個符號代表一組具有共同特性的事物時，我們就說他只是一個概念，我們會使用概念來整理及分類環境中的事物與經驗進行思考，因此概念是認知的重要單位（鍾聖校，1990）。例如：「桌子」即是概念，他是具有座面和四隻腳共同的特性，可以讓我們使用的物件。

對於許多研究者亦對「概念」這個名詞持有不同的定義，綜合來說，概念可以幫助人類簡化複雜的環境，使人類更能有效的學習。

貳、Piaget 的認知發展取向

Piaget, Inhelder 與 Szeminska (1960) 研究兒童的幾何概念發展，其研究指出隨著兒童年齡的成長，對於空間知覺能力的進展，所呈現出的幾何性質，有下列漸進之分化：分別為拓樸性 (topological)、投影性 (projective)、歐幾里得性 (Euclidean)。

故兒童幾何概念之形成即為 3-4 歲時的拓樸幾何概念，約 4-6 歲為過渡時間，一直到 6-8 歲才有歐式幾何概念。以下將簡述這三種幾何體系：

一、拓樸學概念階段：(約始於 3 歲 6 個月~4 歲)

此一階段的兒童僅能掌握拓樸學的圖形概念，相當於運思前期認知發展階段，例如要求兒童仿畫正方形或長方形，則往往會畫成渾圓的形狀，或各邊中間畫成凹凸不直，甚至畫成近乎圓的形狀，即只注意到圖形的內或外，及封閉的曲線而已，而忽略其正確形狀。

二、投影幾何學階段：(約始於 4 歲~7、8 歲)

此一階段的兒童相當於運思前期到具體運思期認知發展階段。Piaget 與 Inhelder (1967) 認為此階段的兒童凡是經過視覺所承認的事物，他們才認為是真實的存在，而蘊藏在視覺之外的事物都不真實，他們深信各種形狀皆會照著視覺的感受而有所變化，例如：本來已確認是正方形的顏色紙，若一旦拿開，放在相隔一段距離的遠處，在兒童的心目中則認為變成了菱形或梯形，而且也變小了。

如果再把它拿回來原來的位置，兒童又會認為形狀和大小回復到原來的樣子。

三、歐幾里得幾何學階段：(約始於 5 歲)

歐幾里得幾何學與距離、角度、平行線、直線等的保留有關，就歐幾里得幾何學的概念建構而言，長度保留與距離保留二者是較為基本的。兒童獲得長度及距離保留能力，特別是長度保留能力之後，自然能發展出測量的概念，兒童最初

是以最靠近的、本身最熟悉的工具（自己的手或軀體）來測量，Piaget 將此種策略稱為「手的遷移」及「軀幹遷移」。

隨著認知的發展，兒童漸漸會使用量尺工具來輔助測量。此外，面積保留概念約在本階段發展。在小學低年級，兒童的圖形概念大部分都已發展到歐幾里得幾何學概念階段，所以根據 Piaget 的說法，在本階段的兒童應該都具備有關於線段長短、角度大小或面的大小的意識。

綜述 Piaget 理論的研究重點，在於兒童發展幾何概念的思考模式，探討幾何概念形成的運思程序，從最初發展的拓樸關係，到投影幾何學階段再到歐幾里得關係，是屬於年齡取向的階段論，為注重發展的過程。

參、van Hiele 的幾何思考階段

研究者將以 van Hiele 的幾何思考階段探討兒童的幾何概念發展，以及敘述 van Hiele 幾何思考層次的特徵。

一、幾何思考層次

van Hiele levels 是由 van Hiele 夫婦於 1957 年提出的，他們有感於學生幾何表現普遍低落，乃根據 Piaget 的部份研究發展出此思考模式（Hoffer，1983）。

Piaget 有關兒童的空間概念發展主要是屬於年齡取向的階段論，相對於這個論點，van Hiele 夫婦提出的兒童幾何思考發展層次，其主要論點是認為：幾何的思考有一定的發展層次，經由老師適當的引導，兒童可從較低的思考層次逐步提升到較高的思考層次。

van Hiele 夫婦的五個幾何思考層次特徵如下所述：

（一）層次 0：視覺期（Visuality）

在這個層次的兒童能透過圖形的整體輪廓去作辨認，去學習辭彙及辨認，但不能利用圖形的特徵或組成要素來分析。例如：他們能根據視覺來辨認出長方形

與正方形，但無法瞭解長方形與正方形都有四個直角，或者無法瞭解它們的對邊都是相等且平行。

（二）層次 1：分析期（Analysis）

在這個層次的兒童能分析圖形特徵及組成要素，但無法解釋形體性質之間的關係。他們可經由觀察與實驗操作的方式以辨認圖形的特徵，發現某些形體的共同性質或規則。例如：他們能察覺長方形有四個邊、四個角，且有兩個長邊，兩個短邊，但無法解釋性質間的關係。

（三）層次 2：非形式化的演繹期（Informal deduction）

這個層次的兒童能建立圖形特徵的內在關係，他們能瞭解、掌握、運用圖形的各種要素，更進一步的能夠探求各種無形特徵。例如：長方形是平行四邊形的一種，當平行四邊形其中一個角是 90 度時，這個平行四邊形就是長方形。這個層次的兒童能夠瞭解定義並解釋非正式的論證，但不能瞭解證明或定理的重要性。

（四）層次 3：形式的演繹期（Formal deduction）

此階段的兒童可以透過非正式的論證，把先前發現的性質作邏輯的聯結。能進一步探索圖形內在屬性關係，如四邊形兩雙對邊相等即是平行四邊形，而不必將所有屬性描述才能確認其圖形。

（五）層次 4：嚴密期(Rigor)

達至此階段的兒童，可以在不同的公理系統中建立定理，並且分析或比較這些系統的特性。例如：可以瞭解抽象推理幾何，甚至可自創一種幾何公設系統。此層次一般人很難達到，即使是以數學為專業者亦不易達成。

二、van Hiele 幾何思考層次的特徵

在此，研究者將 Crowley(1978)對 van Hiele 幾何思考層次提出的五個特徵作出簡單敘述：

(一) 序列性(sequential)：幾何思考的發展有一定的順序，都是從層次 0 依照一定的順序進階到層次 4。

(二) 進展性(advancement)：在某一層次進階高一層次，受到教學比受到年齡影響的因素大，適當的教學可以提升學童的幾何概念，但是前提是任何的教學都不可能使兒童從某一層次跳過高一層次，而到達更高的層次。

(三) 語言特性(linguistics)：每一層次都具有屬於自己的語言符號和這些符號的關聯系統。因此，在某一個層次是對的，也許到了另一個層次就必須加以修正。

(四) 不配合性(mismatch)：處於不同思考層次的人，彼此之間不能互相瞭解、無法互相溝通。學生無法自己瞭解或解決超過他們幾何思考層次的教材或問題。

(五) 內因性與外因性(intrinsic and extrinsic)：在某一層次的性質是內在的，但可能到下一層次就變成外顯的，例如：層次 0 僅由外觀來辨識圖形，但到層次 1 則由發現的圖形特徵和組成要素進行分析了。

在 van Hiele 模式的五個層次中，最後的層次很少引起研究者的興趣，而 van Hiele 本人也承認自己對前三個層次較感興趣。國小低年級學童大都屬於最初層次 0 (視覺辨認)，因此他們對於幾何圖形的理解，需藉由實物，不斷地具體經驗學習，以豐富他們的視覺經驗之後，可循序進到下一個層次(劉好，1994)。

根據以上的研究瞭解本研究之對象為國小高年級學童，大部分屬於層次 1 分析期、層次 2 非形式化的演繹期或是層次 3 形式的演繹期，故本研究在設計晤談試題時應配合兒童的發展層次。

第三節 數學幾何問題的特性與學習

本研究目的在探討智能障礙與普通學生在立體幾何概念上的心智模式比較分析，基於研究目的，其涵蓋內容以國小立體幾何概念為主，本節擬分成四部份：第一部份的幾何學特性，第二部份的國小立體幾何課程，與第三部分的立體幾何相關概念內涵，以及第四部份的國內有關幾何概念之研究。

壹、幾何學特性

幾何一詞源出自歐幾里得的著作「幾何原本」，它的中文版是在一六〇七年，明朝末年時，由傳教士利瑪竇與徐光啓合譯。「幾何原本」的內容包含平面幾何、立體幾何（Daintith, J., & Nelson, R.D. 原著，余文卿等譯，1989）。

幾何學是數學的一個分支，研究圖形的形狀、大小和相關位置（蔣聲、陳瑞琛，2002），自古以來世界各地古文明都經由實地的觀察、實驗而總結出一套可觀的幾何知識（教育部，2001；李毓佩，2001）。

幾何的概念與表徵是數學與真實世界溝通的重要方式，對數學其他領域及真實工作情境有密切的關係（左台益、梁勇能，2001；朱建正，1998；NCTM, 2000），幾何和空間推理更是學習數學及其他科目的基礎，因此國內外數學課程均將幾何列為重要的基本內容（左台益、梁勇能，2001；教育部，1975，1993，2001，2003；盧銘法，1996；譚寧君，1993；NCTM, 2000）。

圖形與空間（幾何）的學習，應從學生生活經驗中所熟悉的形體入手，透過察覺、辨識、操作、實驗，發現形體的組成要素及其與形體之間的關係，藉由具體之學習活動，以增強兒童的學習興趣，促進數學概念發展（教育部，2001）。

貳、國小立體幾何課程

國民中小學九年一貫課程，自九十學年度起由國民小學一年級開始實施，至今國小一至六年級學生的數學課程，已全面採用九年一貫課程，所以研究者將對九年一貫數學課程簡單介紹，再將課程中有關國小立體幾何的能力指標做探討。

九年一貫數學學習領域的教學總體目標為：(1) 培養學生的演算能力、抽象能力、推論能力及溝通能力。(2) 學習應用問題的解題方法。(3) 奠定下一階段的數學基礎。(4) 培養欣賞數學的態度及能力。而領域中將數學內容分為數與量、幾何、代數、統計與機率、連結等五大主題，並針對年級做出分年細目，做出更具體的教學目標。

研究者將以分年細目為主要參考內容，整理「幾何」此一主題中與本研究有關立體幾何的能力指標如下表：

表 2-1 九年一貫課程綱要國小數學領域立體幾何能力指標

階段	編碼	能力指標
一	S-1-01	能由物體的外觀，辨認、描述與分類簡單幾何形體。
	S-1-02	能描繪或仿製簡單幾何形體。
	S-1-03	能認識周遭物體中的角、直線和平面。
二	S-2-01	能運用簡單幾何形體的組成要素，作不同形體的分類。
	S-2-02	能理解垂直與平行的意義。
三	S-3-05	能認識直圓錐、直圓柱與直角柱。

幾何課程可概分為四階段，而在表 2-1 國小階段大概概分為三個階段（教育部，2003）：階段一（一年級到三年級）：較強調幾何形體的認識、探索與操作，學生對幾何形體中的幾何要素，也許能指認，但尚不清楚其結構意義。階段二（四年級到五年級）：由於數與量的發展逐漸成熟，學生開始結合「數」與「形」兩大主題，學習運用幾何形體的構成要素（如角、邊、面）及其數量性質（如角度、

邊長、面積)。階段三(六年級到七年級):透過形體的分割、拼合、截補、變形及變換等操作,來了解形體的性質與幾何量的計算及非形式化推理。透過方位描述及立體模型的展開與組合,以培養空間能力及視覺推理。

參、立體幾何相關概念內涵

根據表 2-1 九年一貫課程綱要中國小立體幾何能力指標來看,在國小階段學童主要學習的立體幾何概念內容包括:頂點、邊、面、垂直、平行、柱體、錐體、展開圖及透視圖等概念。研究者根據學者專家的研究(林木明 2004;蔡秉恆, 2002)針對國小教材範圍,歸納、分析立體幾何概念內涵如下:

(一) 頂點、邊、面

立體是由平面圖形所形成的封閉圖形,立體的面是當做界線的平面,邊(稜)是面和面相交的地方,頂點則為三邊之交點。

(二) 垂直與平行

如果兩條直線所成的角是 90° (直角),這兩條直線就互相垂直。在同一平面上,與同一條直線垂直的兩條直線,這兩條直線就互相平行。小學立體幾何教材垂直與平行概念,包含立體圖形中邊、邊與面、面與面間的垂直、平行。

(三) 柱體

由空間兩個全等且平行的封閉平面區域,及在全等對應關係下,連接這兩個區域的對應點之所有直線段所成的集合稱為柱體。其中的兩個全等且平行的封閉平面區域稱為柱體的底,底以外的其餘表面稱為柱體的側面。兩底之間的距離稱為柱體的高。柱體一般以其底的形狀來命名。若其底為多邊形稱為角柱,底為圓形稱為圓柱。角柱的側面為長方形(直角柱),圓柱的側面為曲面(直圓柱)。

（四）錐體

給定空間中的一個封閉平面區域及不在此平面區域上的一點，則連接此給定點與平面區域上任意點所有線段的聯集稱為錐體，決定此錐體的平面區域稱為錐體的底，不在底上而決定此錐體的給定點，一般稱為錐體的頂點，底以外的錐體表面稱為側面。頂點到底的距離稱為錐體的高。錐體的命名亦以其底面形狀為主，底面為多邊形者稱為角錐，底為圓形者稱為圓錐。國小數學教材無斜錐體，因此角錐的側面皆為等腰三角形。

（五）展開圖

在理論上來說，立體的表面是無法展開的，展開圖是把立體想像成空心沿著邊剪開，剪開後平貼在桌上，而且剪開來的幾個面是連在一起的圖形，這個圖形摺起來又可以摺成原來的立體，這種圖形稱為立體的展開圖。

（六）視圖和透視圖

立體的教學無法侷限於實體模型，常需要畫在平面上。視圖是在立體（如正方體、長方體、角柱與角錐）命名後，讓學生從不同取景角度畫出的平面圖像，亦稱平面立體圖。透視圖則是將視圖加入看不到的邊，以虛線表示而得到的。

肆、國內有關幾何概念之研究

近年來有多位國內學者研究有關幾何圖形的概念，研究者將各學者所採取的研究相關內容整理成一覽表，作為研究方向的參考。

表 2-2 幾何概念研究一覽表

研究題目	研究者	日期	研究方法	研究內容
兒童幾何形體概念調查及診斷教學之研究	張英傑	2001	筆試	瞭解幼稚園到國小六年級兒童對幾何形體—正方形、長方形、四邊形、圓形、菱形、三角形、角的概念。
台灣中部地區國小學童范氏幾何思考層次之研究—筆試部份	吳德邦	1999	筆試	以 van Hiele 幾何思考模式為基礎，研究平面幾何圖形，正方形、圓形、等腰三角形、直角三角形等概念，探討學生 van Hiele 幾何思考層次分布情形。
國小高年級學生幾何概念之分析研究	盧銘法	1996	筆試	以 van Hiele 幾何思考為基礎，探討國小中高年級的邊形幾何概念，以了解不同年級、性別的學生在四邊形概念上的差異，和學生在 van Hiele 水準上的分布情形。
國中生建構幾何概念之研究暨統整式合作學習的幾何教學策略效果	張景媛	1995	筆試	探討國中學習幾何時所產生的錯誤概念，並分析學生建構幾何概念的認知歷程，針對國中生在建構幾何概念的認知及錯誤觀念，設計出適合國中生建構幾何概念的教學策略方案：再以統整式合作學習的方式進行幾何教學，並以實證研究的方式考驗幾何教學策略方案對國中生幾何概念的學習效果。
兒童幾何形體認知概念之發展	張英傑	1993	晤談	瞭解幼稚園到國小三年級兒童對正方形、長方形、圓形、菱形、三角形概念之建構方式。

續表 2-2

研究題目	研究者	日期	研究方法	研究內容
兒童相似性概念發展之研究：長方形	林碧珍	1993	晤談	探討兒童描述兩個相似圖形常用的語彙，分析兒童辨認，或給兩個相似圖形的認知結構，瞭解兒童辨認兩個長方形「形狀相同」的發展特徵，從而建立兒童「相似性」概念的發展特徵。
國民小學生幾何概念評量與診斷系統之研究	毛連塹 邵慰龍 楊瑞智	1993	筆試	藉由概念屬性列舉分析的方法及 van Hiele 的幾何層次，分析國小課程幾何單元之概念屬性、概念屬性範例、非範例，以及概念屬性的難度與相關性。
國小兒童相似概念的發展	裘友善 蔡文煥 林碧珍	1992	筆試	本研究設計了一個包含三類三角形的形狀比對測驗，來了解國小兒童的形狀相同概念，討論一研究發現在認知發展以及數學教學研究上的意義。

第四節 心智模式的相關研究

何謂心智模式？就知識表徵而言，基模是第一個被檢測的知識表徵，其為無意識的心智結構，以模組的方式呈現，並對心智生活清楚地提供有價值的角色。

追溯到早期，早在 1983 年，就有兩本書討論到心智模式，一本由 Johnson-Laird 出版，而另一本由 Gentner 和 Stevens 出版。Johnson-Laird 在其著作中闡釋，心智模式即為實體(reality)的類比表徵。在面對特定的情況下，選定用於說明該情況的模式，以及在判定可作為該情況的替代物上，所認為和想像的關係。當這些替代物進行內部的操作時，在系統或各情況下的某些特性，包括要素不明確的相關性，可直接得知。Johnson-Laird 指出至少存有三種不同的心智表徵：命題表徵、符號字義性的定義、自然語言用字的語法之類比，用於整合心智模式，真實世界的結構性類比(structural analogues)與想像（江文瑋，2008）。

但許多研究者卻顯示人類可以處理許多從未牽涉到舊有類總資訊的複雜情境，例如：瞭解從未執行過的行動，在從未到過的城鎮卻可以尋找出其中觀光旅遊的道路，因此基模在實際研究中具有相當的侷限性。據此，認知心理學家 Johnson-Laird (1983) 引介心智模式這樣的概念來處理這樣的問題。Johnson-Laird 用心智模式一詞以引介閱讀文章時理解表徵的形式，他認為心智模式呈現了事情的狀態及其相應的結構，跟命題表徵相較較不獨斷 (arbitrary)，但扮演了更直接表徵或類比的角色。心智模式的結構是世界萬事狀態的鏡像相應，它是獨特的，非通稱總類 (generic) 的，並且會引起意象 (images)。

其它領域的研究者亦對心智模式的研究有所貢獻，例如在人工智慧及人機互動的領域，Gentner 和 Stevens (1983) 針對人類對機械工具的使用主張心智模式，和人類對世界及其如何運作的知識有關，其牽涉了人們如何瞭解某些知識領域的方式；Rabardel (1995) 則認為人們受限於記憶和處理的能力無法處理環境中所

有的資訊，故而僅能依據情境建立理解當下，和未來情境的心智模式以支持其行為；而在科教領域中 Tiberghien（1994）認為心智模式是知識處理的特定方式；Borges 和 Gilbert（1999）則認為心智模式是物體、事情的狀態、事件順序或過程以及世界和心理、社會行動的內在表徵。心智模式是個體能夠預測、推論、了解現象和事實，做決定，並控制其執行。

Vosniadou 和 Brewer（1992）則認為心智模式是爲了回答問題、解決疑問或是處理某種狀況所產生的一種動態結構，其源自概念結構，並受其限制。心智模式的觀點在這些領域中有不同的意義，不同的術語有時會造成困擾。對一些研究者而言，心智模式只是世界某些象度的表徵，然而對另外一些研究者來說，心智模式則是世界上物體的相似物。就前者而言，心智模式是實用取向的，考量的僅是心智模式的內容，但卻沒有任何認識論或本體論的建議。而就後者論之，其意味著心智模式呈現了一外在實體的某些象度，並在解釋個體認知活動和世界之間的關係提供了工具，以此觀點，心智模式是不穩定的，自然而然逐步演化，並且不完整（Borges & Gilbert，1999）。這些觀點受到許多研究者的支持，結構對應於所表徵的情境，將產生不同模式的狀況是可以被預期的。

對自然世界的理解及科學教學而言，心智模式所扮演的角色是非常重要的，因爲許多物理實體及關係是很難被直接經驗的，在教學時常尚需要藉助一些簡單或相似領域的可覺知事物，當作心智模式中的象徵物來增進學生學習，這也就是類比策略的使用。

第三章 研究設計

本研究的目的是在於比較分析國小六年級普通學童及智能障礙學童在立體幾何概念之心智模式，主要的研究方法包含了適當工具之編製，如立體圖形診斷測驗、半結構性晤談，資料分析主要包含質性分析及量化分析二種方法，以下各節分別就研究架構、研究對象、研究方法、研究工具、研究流程、資料處理與分析加以說明。

第一節 研究架構

依據研究動機目的、待答問題及相關文獻探討的結果，研究者提出本研究之架構，如圖 3-1 所示：

本研究自變項為不同智能發展之六年級智能障礙與普通學生。依變項為立體幾何概念之表現，包含診斷測驗各概念答對平均題數及晤談過程歸納作圖類型的心智模式兩個不同層面。依據研究目的，比較智能障礙與普通學生立體幾何各概念之差異程度，並進一步分析歸納出不同智能發展背景變項的智能障礙及普通學生之立體幾何心智模式。其次，藉由半結構訪談法來探究六年級的智能障礙及普通學生對立體幾何概念之內在想法。

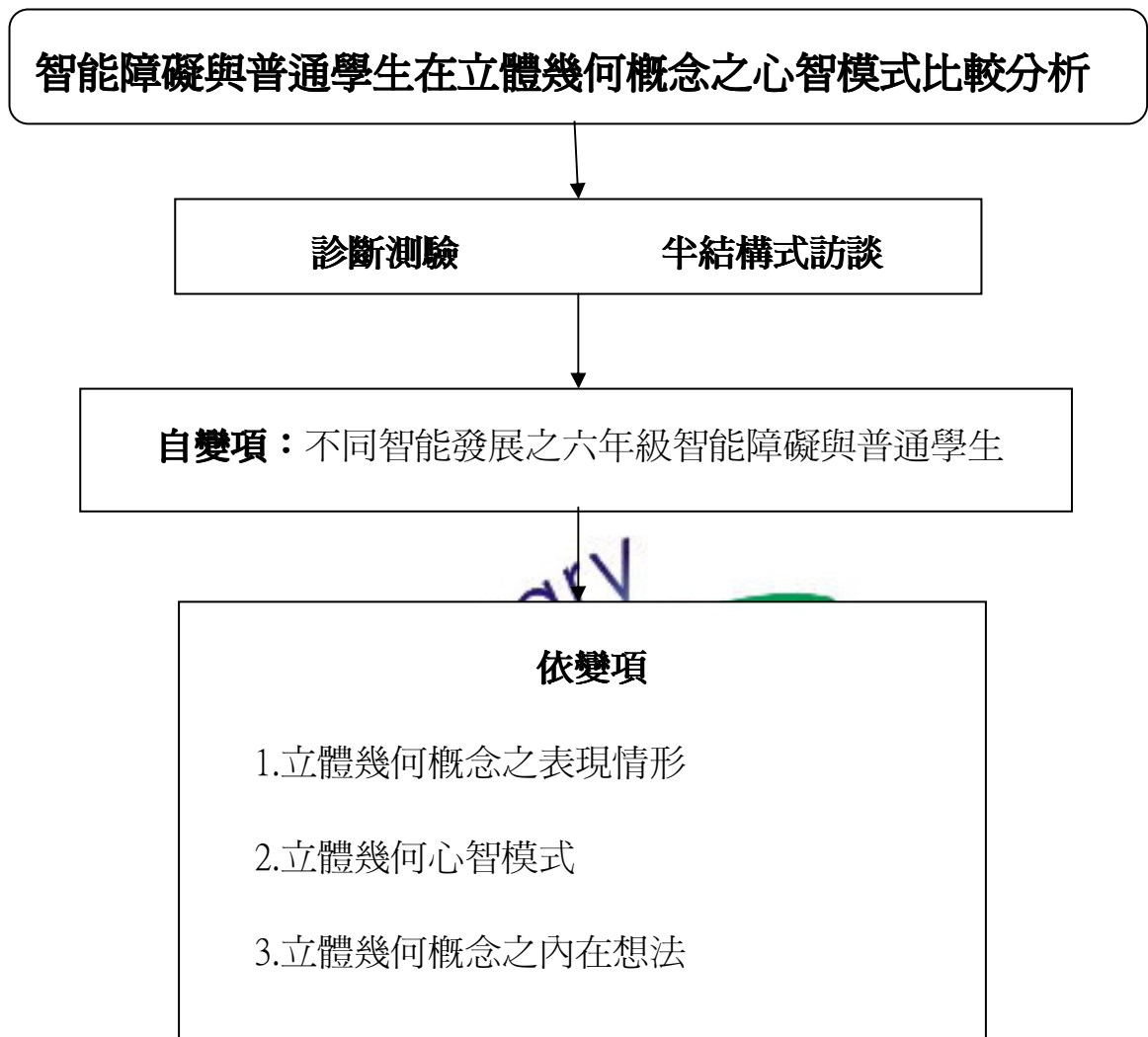


圖 3-1 主要研究架構

第二節 研究對象

本研究分爲量的研究及質的研究，限於研究者時間及精力，研究對象爲立意取樣，分爲智能障礙學生及普通學生。本節主要介紹研究對象之背景資料，陳述如下：

壹、智能障礙學生

因參與學生爲屏東縣東港鎮東興國小的六年級學生，該校由屏東縣特殊教育中心鑑定爲智能障礙只有一位，故另選同一輔導區他所學校二位智能障礙學童，智能障礙學生參與研究共三名。

貳、普通學生

本研究的參與學生爲屏東縣東港鎮東興國小的六年級學生，扣除已鑑定爲智能障礙學生及預試學生，在量的研究樣本總共爲 88 位，針對 88 名學生進行施測，共得 88 個樣本。在進行量的研究診斷測驗施測後，研究者將其答對題數作排序，從 Z 分數中，經由標準常態分配表，找出百分等級。此一等級可以讓我們進一步知道百分等級高於 84.13 以上者歸爲高學習成就者，共計 14 人；百分等級在 15.86 以下者，歸爲低學習成就者，共計 14 人；其餘研究樣本，則歸爲中學習成就者，共計 60 人。

參與第二階段質的研究晤談活動者，三位由屏東縣特殊教育學生鑑定及就學輔導委員會鑑定爲智能障礙的學生，再由第一階段診斷測驗中的高、中、低學習成就三組中隨機抽樣各選出三位參與晤談的研究對象，合計共 12 位。

第三節 研究方法

本研究主要的研究方法有兩個主要階段，如圖 3-2 所示，可看出本研究第一階段是量的研究，第二階段為質的研究，對研究對象進行晤談。

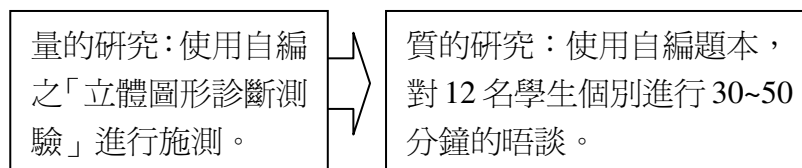


圖 3-2 研究方法

壹、量的研究

第一階段為量的研究，以自編之「立體圖形診斷測驗」進行施測，以瞭解智能障礙與普通學生在數學幾何的發展情形，以作為進行第二階段晤談工具及對象的參考。

貳、質的研究

第二階段為質的研究，使用自編之「晤談題本」，對 12 位六年級學童（其中三位為智能障礙學童）進行晤談。其目的在於瞭解智能障礙學生與普通學生在數學幾何概念及數學幾何之解題策略與錯誤類型。

第四節 研究工具

根據研究目的和文獻探討的結果，本研究使用的研究工具主要為「立體圖形診斷測驗」（見附錄一）及「晤談題本」（見附錄二），測驗內容範圍和所得結果，均以國小數學領域一到十二冊，有關立體幾何的架構為主要依據。編製過程詳述如下：

壹、數學立體幾何診斷試題

一、編製依據

依據國小現行數學領域九年一貫課程綱要裡，圖形與空間中立體圖形的「柱體與錐體」單元所包含的教學目標為主，並參照九年一貫立體幾何能力指標及相關研究分析出柱體、錐體、面、頂點、邊、平行、垂直、展開圖、透視圖九個概念，再歸納出形體的辨認、形體的組成要素、垂直及平行關係、展開圖、透視圖五個主要概念。在題型方面參考各版本數學課本、習作、題庫及教學指引編製而成。

二、編製目的

此診斷測驗作為診斷出智能障礙及高學習成就組、中學習成就組、低學習成就組學生在立體幾何概念表現情形之用。

三、預試部份

俟問卷回收後，採內部一致性係數與決斷值進行項目分析，摘要表如表 3-1。

表 3-1 立體圖形診斷測驗預試項目分析摘要表

題號	與立體幾何概念 總分之相關	決斷值	刪除與否	正式施測 之題號
柱體				
1	0.65*	5.77*		1
2	0.67*	5.97*		24
3	0.72*	-8.27	刪除	
4	0.79*	6.82*		27
5	0.83*	-2.56	刪除	
錐體				
1	0.72*	-0.12	刪除	
2	0.74*	5.78*		4
3	0.75*	7.89*		11
4	0.86*	-8.01	刪除	
5	0.76*	5.14*		25
面				
1	0.77*	7.02*		3
2	0.76*	-6.86	刪除	
3	0.75*	5.94*		10
4	0.66*	11.08*		15
5	0.81*	-8.04	刪除	
邊				
1	0.87*	10.83*		5
2	0.84*	7.67*		6
3	0.72*	10.69*		17
4	0.47*	-6.38	刪除	
5	0.74*	-7.36	刪除	

續表 3-1

題號	與立體幾何概念 總分之相關	決斷值	刪除與否	正式施測 之題號
頂點				
1	0.78*	7.84*		7
2	0.67*	-5.29	刪除	
3	0.85*	10.33*		13
4	0.86*	-0.66	刪除	
5	0.87*	10.65*		16
垂直				
1	0.73*	-6.70	刪除	
2	0.83*	10.29*		9
3	0.73*	10.33*		12
4	0.57*	9.29*		20
5	0.97*	-5.38	刪除	
平行				
1	0.67*	10.83*		18
2	0.84*	7.67*		23
3	0.92*	-10.69	刪除	
4	0.77*	6.38*		26
5	0.79*	-7.36	刪除	
展開圖				
1	0.82*	-0.12	刪除	
2	0.74*	5.78*		2
3	0.65*	7.89*		14
4	0.86*	-8.01	刪除	
5	0.76*	5.14*		21
透視圖				
1	0.97*	10.83*		8
2	0.64*	-7.67	刪除	
3	0.88*	6.69*		19
4	0.97*	9.38*		22
5	0.59*	-7.96	刪除	

N=45, *p<.01

（一）決斷值：篩選題項的第一個步驟，係進行每一題項的項目分析，也就是分析題項有無鑑別力，以各概念為單位，選取各概念中每一題的高分組（得分為前 27%者）與低分組（得分為後 27%者）進行 t 考驗，以求出各題之 t 值為決斷值，若其值差異達顯著水準，即為該題可以鑑別不同受試者之反應程度，以此為選題依據，反之則將該題刪除。

（二）內部一致性係數：計算各概念之各題與該診斷測驗總分之相關係數，相關係數越高代表各題於測量該概念上具鑑別力，若相關分析未達顯著水準者予以剔除。



四、信度檢定

針對項目分析刪題後之結果，本研究以內部一致性Cronbach' s Alpha求取信度，因Cronbach' s Alpha係數為各種信度中較為嚴謹者。本測驗信度係數 α 值為0.82，達.05顯著水準，顯示量表穩定性及內部一致性良好。

五、效度分析

將刪除後之題號與各概念之間作立體圖形診斷測驗雙向細目表，如表3-2。再委請兩位師範院校數理相關科系畢業的老師（專家相關數理背景如表3-3），分別檢核診斷測驗內容填寫「診斷測驗專家效度檢核表」（附錄三），並提供研究者修正意見，進行內容效度上的分析，建立測驗內容效度。之後修改診斷測驗中不合學生語彙的詞句，最後形成正式施測之研究工具。

表 3-2 立體圖形診斷測驗雙向細目表

概念			題號	
形體的辨認	柱體	1	24	27
	錐體	4	11	25
形體的組成要素	面	3	10	15
	邊	5	6	17
	頂點	7	13	16
垂直及平行關係	垂直關係	9	12	20
	平行關係	18	23	26
展開圖	展開圖	2	14	21
透視圖	透視圖	8	19	22

表 3-3 數理專家相關背景表

專家姓名	相關數理背景	教學經驗
江文龍	國立高雄師範大學數學系畢業	三年
陳淑齡	國立台北師範院校數理系畢業	七年

二、晤談題本

晤談主要以半結構性訪談的方式進行深度訪談，探討學生辨認圖形時之思考過程與用語，進而瞭解學生的幾何形體概念。晤談題本根據筆試診斷測驗中柱體、錐體、面、頂點、邊、平行、垂直、展開圖、透視圖等九個概念為出題方向，再歸納出形體的辨認、形體的組成要素、垂直及平行關係、展開圖、透視圖五個主要概念。

晤談工具請益多位國小教師，提供有關晤談試題的編擬及修改意見，最後根據預試結果和專家意見，整理正式晤談試題的修正。為求晤談者提問及記錄之方便，故設計「晤談記錄表」（見附錄四）。



第五節 研究流程

本研究主要的研究流程如圖 3-3，可以分爲下列階段，茲分別敘述如下：

- (一) 利用國內外關於數學幾何概念相關文獻、九年一貫課程綱要、國民小學數學教科書，分析課程中有可能造成認知困難概念來源的教材，列出國小數學領域課程關於數學幾何之重要概念，設計一份封閉式數學幾何紙筆診斷試題。
- (二) 在試題施測之前，請二位學科專家進行專家效度檢驗，修正試題後挑選一個班級學生作預試，根據預試結果再作修正，並作工具信度檢測。
- (三) 數學幾何紙筆診斷試題分別於普通班與特殊班學生進行施測，依據學生的答題表現，區分爲學習成就高、中、低組，以及智能障礙組學生共四組學生。
- (四) 從學習成就高、中、低組及智能障礙組的四組中，各挑三名共 12 名學生，進行半結構式晤談，有系統並深入探究學生數學幾何概念，推算學生可能的心智模式。晤談時全程錄音，以便日後作分析。
- (五) 將紙筆測驗結果加以分析及統計，並將晤談口語資料加以謄錄整理與編碼，最後撰寫成論文。

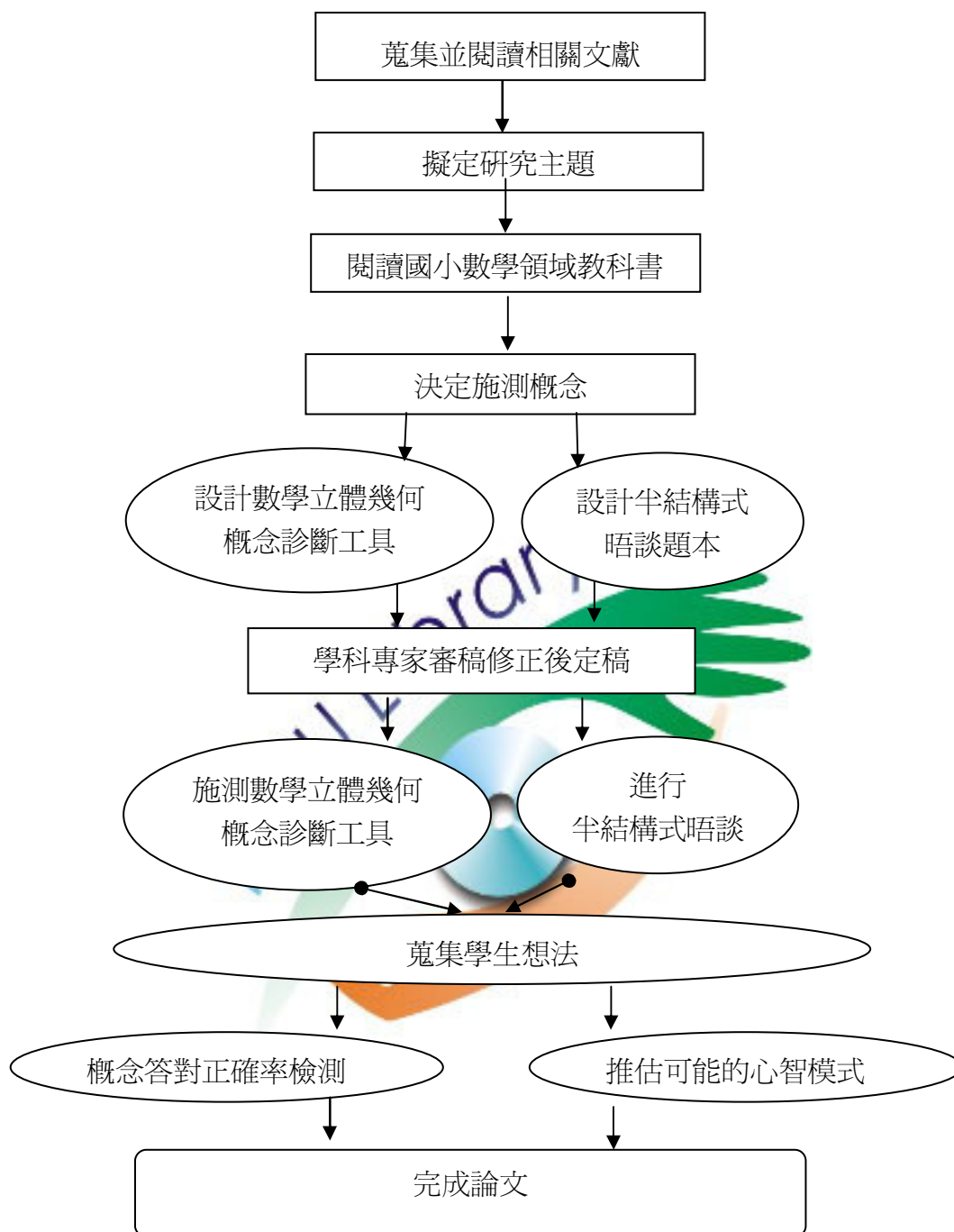


圖 3-3 研究流程圖

第六節 資料處理與分析

本研究採質、量並重之診斷測驗及晤談方式，來探求學生立體幾何概念。診斷測驗筆試的資料處理，乃根據學生紙筆測驗結果，以 SPSS 套裝軟體進行統計；晤談資料分析方面，研究者將晤談過程以錄音方式全程記錄下來，並於晤談結束後，將錄音內容轉成文字形成逐字稿（見附錄五）。依據本研究之研究問題，資料分析為紙筆測驗的資料分析及晤談資料分析兩大項。

壹、紙筆測驗的資料分析

診斷測驗共有 27 題選擇題，利用 SPSS 套裝軟體，將所有測驗資料輸入電腦，依據統計測驗結果，依學生的答對題數排序，從 Z 分數中，經由標準常態分配表，找出百分等級。此一等級可以讓我們進一步知道，百分等級高於 84.13 以上者歸為高學習成就者；百分等級在 15.86 以下者，歸為低學習成就者；其餘研究樣本，則歸為中學習成就者。

根據統計結果分析高、中、低學習成就組，及智能障礙組四個組別在各個概念的平均答對題數；並作 ANOVA 變異數檢定，瞭解不同學習成就組別的學生在立體幾何概念的差異。

貳、晤談資料的分析

晤談的對象有普通學生與智能障礙學生。普通學生是診斷測驗樣本中，將其答對題數作排序，百分等級高於 84.13 以上者歸為高學習成就者，共計 14 人；百分等級在 15.86 以下者，歸為低學習成就者，共計 14 人；其餘研究樣本，則歸為中學習成就者，共計 60 人。再由高學習成就組 14 人選出三位晤談研究對象，中學習成就組 60 人選出三位晤談研究對象，低學習成就組 14 人選出三位晤談研究對象。

智能障礙學生三位，是由屏東縣特殊教育中心鑑定為智能障礙的學生，分別就讀於東港輔導區內國小，教育安置為皆就讀於普通班級中，接受特殊教育巡迴輔導，故參與晤談活動的學生共計 12 位，研究者整理晤談過程照片於附錄六。

研究者將晤談錄音資料進行轉譯後，之後進行編碼工作，資料編碼意義舉例如表 3-5。

表 3-4 晤談資料編碼意義表

標記代號	意義
R	研究者本身
S	晤談（研究）對象
S1-S3	高成就組
S4-S6	中成就組
S7-S9	低成就組
S10-S12	智能障礙組
()	表情、動作
...	短暫停留約 3-10 秒
.....	停留時間超過 10 秒
970601-S 訪	97 年 6 月 1 日訪談學生錄音轉錄成逐字稿

第四章 研究結果與討論

本章共分成四個部份，分別為第一節的診斷測驗試題結果分析，第二節的高中低學習成就組及智能障礙組口語資料概念分析，第三節的學生錐體與柱體之作圖類型，第四節為綜合討論。

第一節 診斷測驗試題結果分析

此部份的資料主要來源是根據立體圖形診斷測驗的評量結果。分別就高、中、低學習成就組及智能障礙組學生，對柱體、錐體、面、頂點、邊、平行、垂直、展開圖、透視圖等九個概念之答對題數作分析。

壹、普通學生及智能障礙學生之「立體幾何」概念的整體表現

由表 4-1 可知在總答題數 27 題中，14 位高學習成就組的平均答對題數為 26.79，60 位中學習成就組的平均答對題數為 24.22，14 位低學習成就組的平均答對題數為 16.79，三位智能障礙組學生的平均答對題數為 10.33。

在表 4-2 及表 4-3 對立體幾何做 ANOVA 分析，結果發現四組研究對象之間都有顯著差異。

表 4-1 各組「立體幾何」概念之答對總題數總分平均值統計表(總題數=27)

	總人數	平均答對題數	標準差
高學習成就組	14	26.79	.43
中學習成就組	60	24.22	1.64
低學習成就組	14	16.79	3.09
智能障礙組	3	10.33	.58

表 4-2 「立體幾何」概念總分 ANOVA 分析

變異來源	SS	df	MS	F	P
組間	1311.42	3	437.142	133.180	.000*
組內	285.564	87	3.282		
全體	1596.98	90			

註：* $p < .05$

表 4-3 各組 Scheffé 「立體幾何」之答對總題數總分平均值差異比較

		平均值差異 (I-J)	標準誤	P
組別 (I)	組別 (J)			
高學習成就組	中學習成就組	2.5690	.5377	.000*
	低學習成就組	10.0000	.6848	.000*
	智能障礙組	16.4524	1.1526	.000*
中學習成就組	高學習成就組	-2.5690	.5377	.000*
	低學習成就組	7.4310	.5377	.000*
	智能障礙組	13.8833	1.0718	.000*
低學習成就組	高學習成就組	-10.0000	.6848	.000*
	中學習成就組	-7.4310	.5377	.000*
	智能障礙組	6.4524	1.1526	.000*
智能障礙組	高學習成就組	-16.4524	1.1526	.000*
	中學習成就組	-13.8833	1.0718	.000*
	低學習成就組	-6.4524	1.1526	.000*

註：* $p < .05$

貳、普通學生及智能障礙學生對「立體幾何」相關概念的表現

以下針對立體幾何柱體、錐體、面、頂點、邊、平行、垂直、展開圖、透視圖等九個概念，分別以圖表討論各組的表現。

一、各組在「柱體」概念表現上之比較

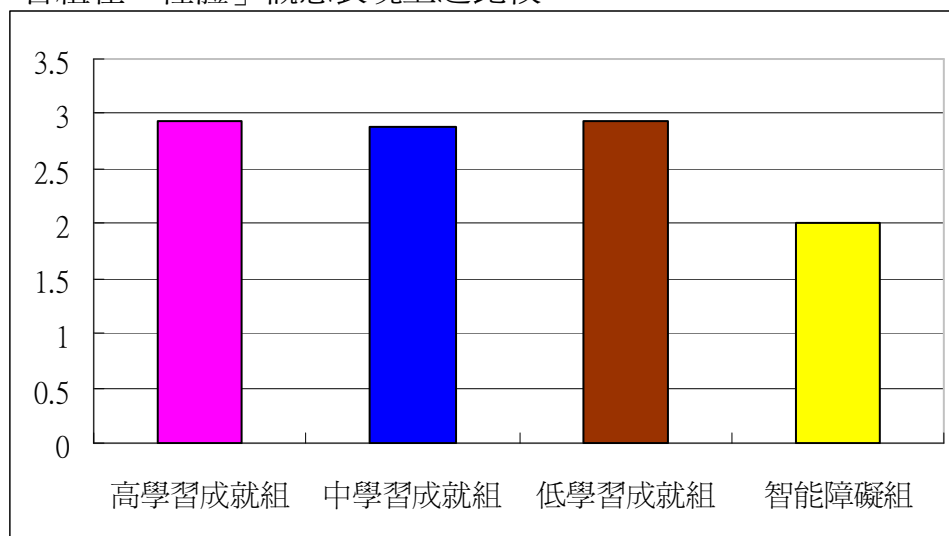


圖 4-1 各組在「柱體」概念答對題數之平均值

自表 4-4 看出，學生在回答第 1 題、24、27 題共三題的「柱體」概念上，高學習成就組答對題數平均為 2.93 題，中學習成就組平均答對 2.88 題，低學習成就組平均答對 2.93 題，智能障礙組平均答對 2.00 題。再由圖 4-1 各組「柱體」概念答對題數平均值中，可看到在此概念上，智能障礙組的答對題數平均值明顯低於各組。

由表 4-5 各組「柱體」概念之答對題數總分平均值差異比較統計表可知，智能障礙組對於其他三組皆有明顯差異；高學習成就組、中學習成就組、低學習成就組三組皆對智能障礙組有顯著差異。

表 4-4 各組「柱體」概念之答對題數總分平均值統計表(題數=3)

	總人數	平均答對題數	標準差
高學習成就組	14	2.93	.2673
中學習成就組	60	2.88	.3237
低學習成就組	14	2.93	.2673
智能障礙組	3	2.00	.0000

表 4-5 各組「柱體」概念之答對題數總分平均值差異比較

組別 (I)	組別 (J)	平均值差異 (I-J)	標準誤	P
高學習成就組	中學習成就組	4.524E-02	9.023E-02	.969
	低學習成就組	.0000	.1149	1.000
	智能障礙組	.9286	.1934	.000*
中學習成就組	高學習成就組	-4.5238E-02	9.023E-02	.969
	低學習成就組	-4.5238E-02	9.023E-02	.969
	智能障礙組	.8833	.1799	.000*
低學習成就組	高學習成就組	.0000	.1149	1.000
	中學習成就組	4.524E-02	9.023E-02	.969
	智能障礙組	.9286	.1934	.000*
智能障礙組	高學習成就組	-.9286	.1934	.000*
	中學習成就組	-.8833	.1799	.000*
	低學習成就組	-.9286	.1934	.000*

註：* $p < .05$

二、各組在「錐體」概念表現上之比較

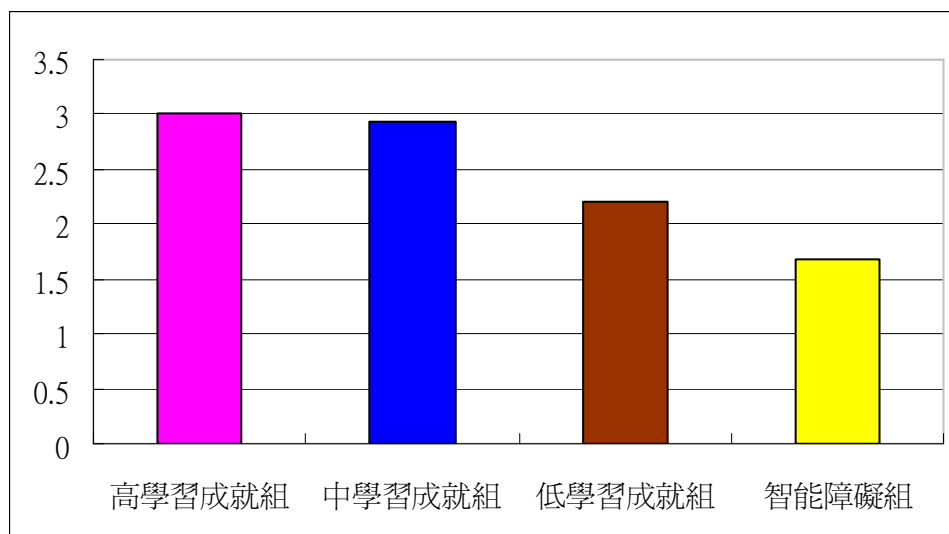


圖 4-2 各組在「錐體」概念答對題數之平均值

由圖 4-2 各組「錐體」概念答對題數平均值中，可看到在此概念上答對題數平均值由高而低依序為高學習成就組、中學習成就組、低學習成就組、智能障礙組。

自表 4-6 看出，學生在回答第 4 題、11、25 題共三題的「錐體」概念上，高學習成就組答對題數平均為 3.00 題，中學習成就組平均答對 2.93 題，低學習成就組平均答對 2.21 題，智能障礙組平均答對 1.67 題。

再由表 4-7 各組「錐體」概念之答對題數總分平均值差異比較統計表可知，高學習成就組對低學習成就組、智能障礙組有顯著差異；中學習成就組亦對低學習成就組及智能障礙組有顯著差異；而低學習成就組對高、中學習成就組兩組有顯著差異；智能障礙組對於高學習成就及中學習成就組有顯著差異。

表 4-6 各組「錐體」概念之答對題數總分平均值統計表(題數=3)

	總人數	平均答對題數	標準差
高學習成就組	14	3.00	.0000
中學習成就組	60	2.93	.2515
低學習成就組	14	2.21	.9750
智能障礙組	3	1.67	.5774

表 4-7 各組「錐體」概念之答對題數總分平均值差異比較

組別 (I)	組別 (J)	平均值差異 (I-J)	標準誤	P
高學習成就組	中學習成就組	6.667E-02	.1303	.967
	低學習成就組	.7857	.1659	.000*
	智能障礙組	1.3333	.2792	.000*
中學習成就組	高學習成就組	-6.667E-02	.1303	.967
	低學習成就組	.7190	.1303	.000*
	智能障礙組	1.2667	.2596	.000*
低學習成就組	高學習成就組	-.7857	.1659	.000*
	中學習成就組	-.7190	.1303	.000*
	智能障礙組	.5476	.2792	.286
智能障礙組	高學習成就組	-1.3333	.2792	.000*
	中學習成就組	-1.2667	.2596	.000*
	低學習成就組	-.5476	.2792	.286

註：* $p < .05$

三、各組在「面」概念表現上之比較

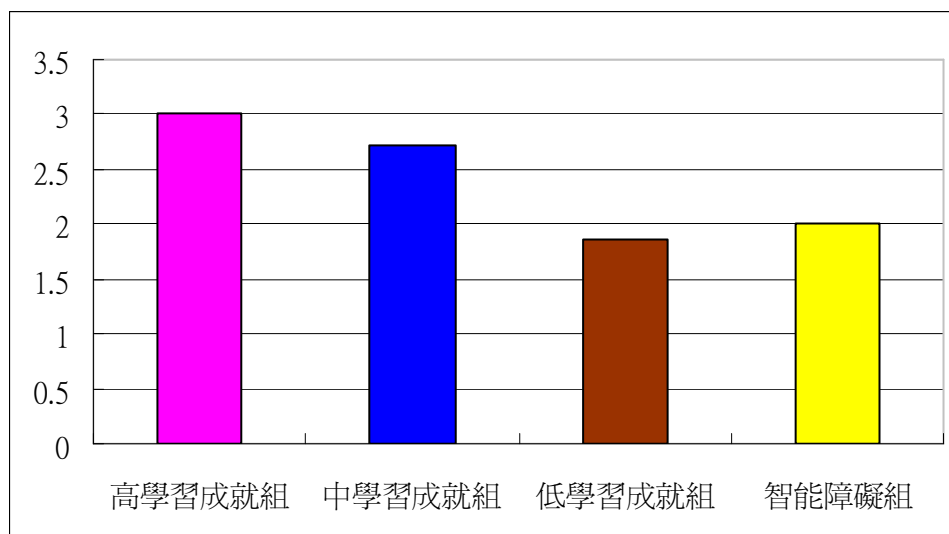


圖 4-3 各組在「面」概念答對題數之平均值

自表 4-8 看出，學生在回答第 3 題、10 題、15 題共三題的「面」概念上，高學習成就組答對題數平均為 3.00 題，中學習成就組平均答對 2.72 題，低學習成就組平均答對 1.86 題，智能障礙組平均答對 2.00 題。由圖 4-3 各組「錐體」概念答對題數平均值中，可看到在「面」的概念上，低學習成就組為四組中答對題數平均值最低的一組。

由表 4-9 各組「錐體」概念之答對題數總分平均值差異比較統計表可知，高學習成就組相對於低學習成就及智能障礙兩組皆有顯著差異；中學習成就組僅對於低學習成就組有顯著差異；低學習成就組則對高、中學習成就組有顯著差異；智能障礙組僅對高學習成就組有顯著差異。

表 4-8 各組「面」概念之答對題數總分平均值統計表(題數=3)

	總人數	平均答對題數	標準差
高學習成就組	14	3.00	.0000
中學習成就組	60	2.72	.4903
低學習成就組	14	1.86	.7703
智能障礙組	3	2.00	.0000

表 4-9 各組「面」概念之答對題數總分平均值差異比較

組別 (I)	組別 (J)	平均值差異 (I-J)	標準誤	P
高學習成就組	中學習成就組	.2833	.1489	.312
	低學習成就組	1.1429	.1896	.000*
	智能障礙組	1.0000	.3192	.025*
中學習成就組	高學習成就組	-.2833	.1489	.312
	低學習成就組	-.8595	.1489	.000*
	智能障礙組	.7167	.2968	.129
低學習成就組	高學習成就組	-1.1429	.1896	.000*
	中學習成就組	-.8595	.1489	.000*
	智能障礙組	-.1429	.3192	.977
智能障礙組	高學習成就組	-1.0000	.3192	.025*
	中學習成就組	-.7167	.2968	.129
	低學習成就組	.1429	.3192	.977

註：* $p < .05$

四、各組在「邊」概念表現上之比較

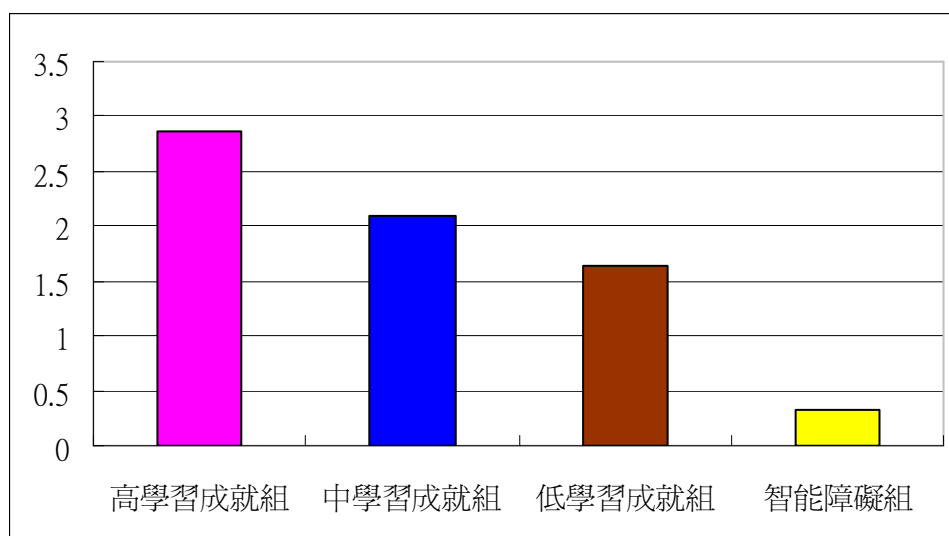


圖 4-4 各組在「邊」概念答對題數之平均值

由表 4-10 看出，學生在回答第 5 題、6 題、17 題共三題的「邊」概念上，高學習成就組答對題數平均為 2.86 題，中學習成就組平均答對 2.10 題，低學習成就組平均答對 1.64 題，智能障礙組平均答對.33 題，答對平均題數由高至低，圖 4-4 為各組「邊」概念答對題數平均值。

由表 4-11 各組「邊」概念之答對題數總分平均值差異比較統計表可知，高學習成就組對於其他三組皆有顯著差異；中學習成就組對於高學習成就組與智能障礙組兩組皆有顯著差異，但對於低學習成就組卻無顯著差異。

表 4-10 各組「邊」概念之答對題數總分平均值統計表(題數=3)

	總人數	平均答對題數	標準差
高學習成就組	14	2.86	.3631
中學習成就組	60	2.10	.7295
低學習成就組	14	1.64	1.0082
智能障礙組	3	.33	.8647

表 4-11 各組「邊」概念之答對題數總分平均值差異比較

組別 (I)	組別 (J)	平均值差異 (I-J)	標準誤	P
高學習成就組	中學習成就組	.7571	.2181	.010*
	低學習成就組	1.2143	.2778	.001*
	智能障礙組	2.5238	.4676	.000*
中學習成就組	高學習成就組	-.7571	.2181	.010*
	低學習成就組	-.4571	.2181	.230
	智能障礙組	1.7667	.4348	.002*
低學習成就組	高學習成就組	-1.2143	.2778	.001*
	中學習成就組	-.4571	.2181	.230
	智能障礙組	1.3095	.4676	.056
智能障礙組	高學習成就組	-2.5238	.4676	.000*
	中學習成就組	-1.7667	.4348	.002*
	低學習成就組	-1.3095	.4676	.056

註：* $p < .05$

五、各組在「頂點」概念表現上之比較

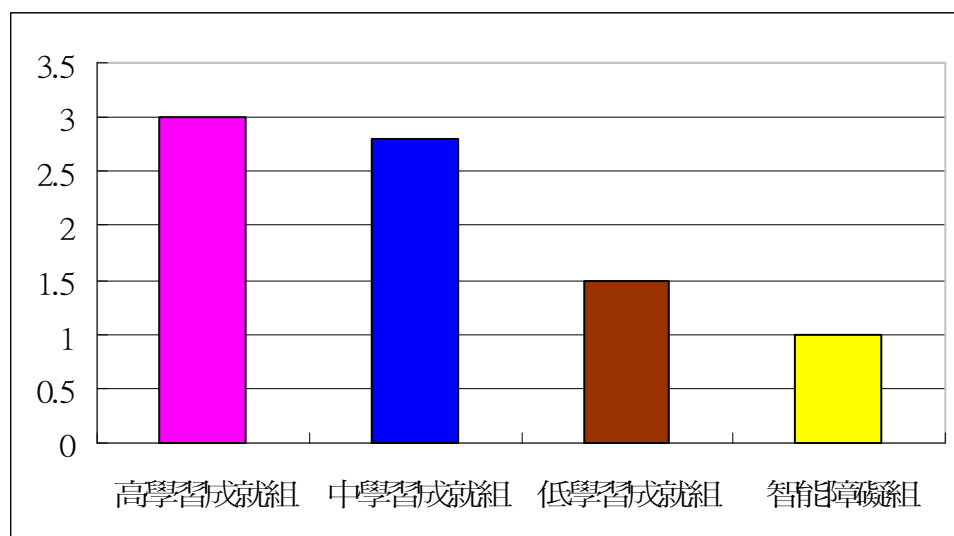


圖 4-5 各組在「頂點」概念答對題數之平均值

由表 4-12 可知，學生在回答第 7 題、13 題、16 題共三題的「頂點」概念上，高學習成就組答對題數平均為 3 題，中學習成就組平均答對 2.8 題，低學習成就組平均答對 1.5 題，智能障礙組平均答對 1.0 題。圖 4-5 為各組「頂點」概念答對題數平均值，答對題數平均值最高和最低分別為高學習成就組、智能障礙組。

由表 4-13 各組「頂點」概念之答對題數總分平均值差異比較統計表可知，高學習與中學習成就組對於低學習成就及智能障礙組皆有顯著差異；高學習成就組與中學習成就組之間，以及低學習成就組與智能障礙組學生之間皆無顯著差異。

表 4-12 各組「頂點」概念之答對題數總分平均值統計表(題數=3)

	總人數	平均答對題數	標準差
高學習成就組	14	3	.0000
中學習成就組	60	2.8	.6051
低學習成就組	14	1.5	.8549
智能障礙組	3	1.0	.0000

表 4-13 各組「頂點」概念之答對題數總分平均值差異比較

組別 (I)	組別 (J)	平均值差異 (I-J)	標準誤	P
高學習成就組	中學習成就組	.2000	.1775	.737
	低學習成就組	1.5000	.2260	.000*
	智能障礙組	2.0000	.3804	.000*
中學習成就組	高學習成就組	-.2000	.1775	.737
	低學習成就組	1.3000	.1775	.000*
	智能障礙組	1.8000	.3537	.000*
低學習成就組	高學習成就組	-1.5000	.2260	.000*
	中學習成就組	-1.3000	.1775	.000*
	智能障礙組	.5000	.3537	.632
智能障礙組	高學習成就組	-2.0000	.3804	.000*
	中學習成就組	-1.8000	.3537	.000*
	低學習成就組	-.5000	.3804	.632

註：* $p < .05$

六、各組在「垂直」概念表現上之比較

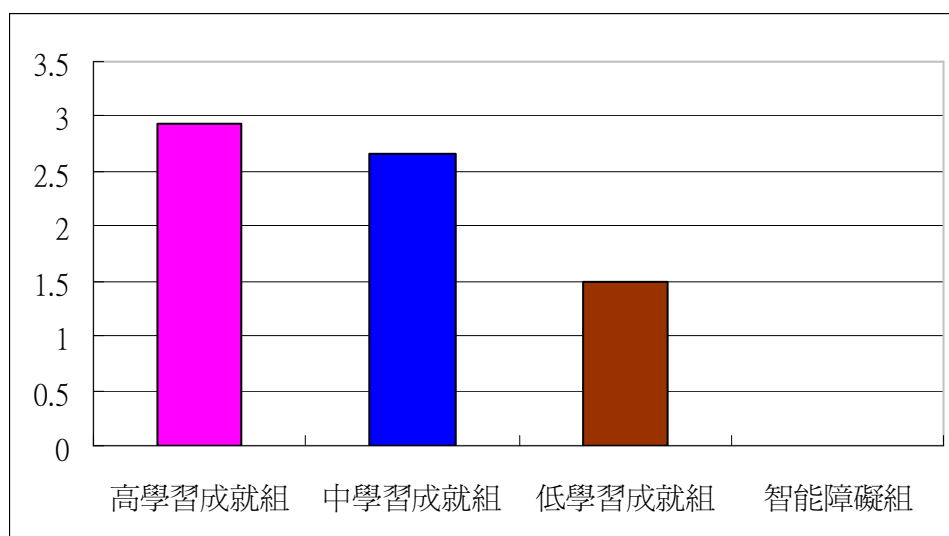


圖 4-6. 各組在「垂直」概念答對題數之平均值

自表 4-14 看出，學生在回答第 9 題、12、20 題共三題的「垂直」概念上，高學習成就組答對題數平均為 2.93 題，中學習成就組平均答對 2.67 題，低學習成就組平均答對 1.50 題，智能障礙組平均答對 0 題。再由圖 4-6 各組「垂直」概念答對題數平均值中，可看到在此概念上，高學習成就組為四組中答對題數平均值最高的一組。

由表 4-15 各組「垂直」概念之答對題數總分平均值差異比較統計表可知，低學習成就組對於其他三組皆有明顯差異；高學習成就組、中學習成就組、低學習成就組三組亦對智能障礙組有顯著差異。

表 4-14 各組「垂直」概念之答對題數總分平均值統計表(題數=3)

	總人數	平均答對題數	標準差
高學習成就組	14	2.93	.2673
中學習成就組	60	2.67	.6553
低學習成就組	14	1.50	.8549
智能障礙組	3	0	.0000

表 4-15 各組「垂直」概念之答對題數總分平均值差異比較

組別 (I)	組別 (J)	平均值差異 (I-J)	標準誤	P
高學習成就組	中學習成就組	.2619	.1903	.597
	低學習成就組	1.4286	.2423	.000*
	智能障礙組	2.9286	.4079	.000*
中學習成就組	高學習成就組	-.2619	.1903	.597
	低學習成就組	1.1667	.1903	.000*
	智能障礙組	2.6667	.3793	.000*
低學習成就組	高學習成就組	-1.4286	.2423	.000*
	中學習成就組	-1.1667	.1903	.000*
	智能障礙組	1.5000	.4079	.005*
智能障礙組	高學習成就組	-2.9286	.4079	.000*
	中學習成就組	-2.6667	.3793	.000*
	低學習成就組	-1.5000	.4079	.005*

註：* $p < .05$

七、各組在「平行」概念表現上之比較

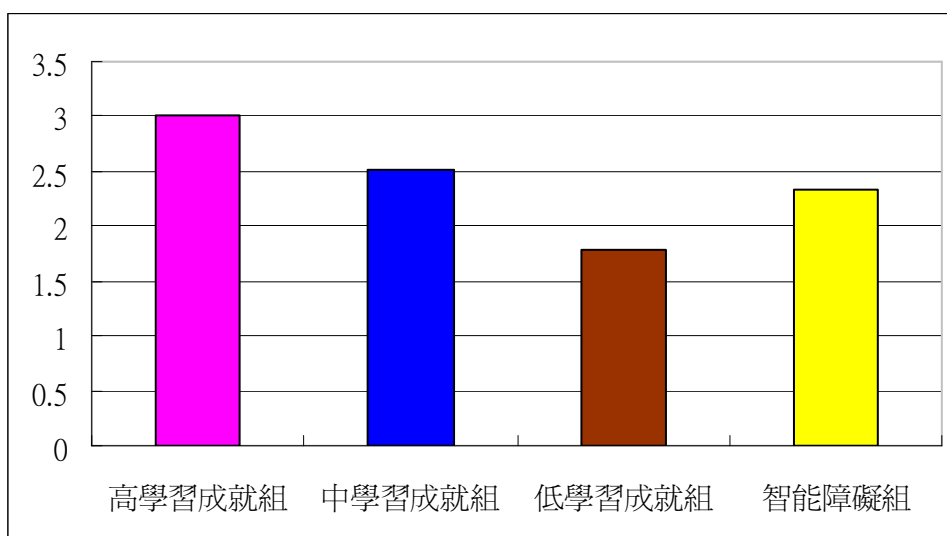


圖 4-7 各組在「平行」概念答對題數之平均值

由圖 4-7 各組「平行」概念答對題數平均值中，可看到在此概念上，低學習成就組為四組中答對題數平均值最低的一組。自表 4-16 看出，學生在回答第 18 題、23、26 題共三題的「平行」概念上，高學習成就組答對題數平均為 3.00 題，中學習成就組平均答對 2.52 題，低學習成就組平均答對 1.79 題，智能障礙組平均答對 2.33 題。

而由表 4-17 各組「平行」概念之答對題數總分平均值差異比較統計表可知，高學習成就組僅對低學習成就組有顯著差異；中學習成就組僅對低學習成就組有顯著差異；而低學習成就組對高、中學習成就組兩組有顯著差異；智能障礙組對於其他三組卻無顯著差異。

表 4-16 各組「平行」概念之答對題數總分平均值統計表(題數=3)

	總人數	平均答對題數	標準差
高學習成就組	14	3.00	.0000
中學習成就組	60	2.52	.6241
低學習成就組	14	1.79	.8926
智能障礙組	3	2.33	.5774

表 4-17 各組「平行」概念之答對題數總分平均值差異比較

組別 (I)	組別 (J)	平均值差異 (I-J)	標準誤	P
高學習成就組	中學習成就組	.4833	.1856	.087
	低學習成就組	1.2143	.2363	.000*
	智能障礙組	.6667	.3978	.427
中學習成就組	高學習成就組	-.4833	.1856	.087
	低學習成就組	.7310	.1856	.002*
	智能障礙組	.1833	.3699	.970
低學習成就組	高學習成就組	-1.2143	.2363	.000*
	中學習成就組	-.7310	.1856	.002*
	智能障礙組	-.5476	.3978	.596
智能障礙組	高學習成就組	-.6667	.3978	.427
	中學習成就組	-.1833	.3699	.970
	低學習成就組	.5476	.3978	.596

註：* $p < .05$

八、各組在「展開圖」概念表現上之比較

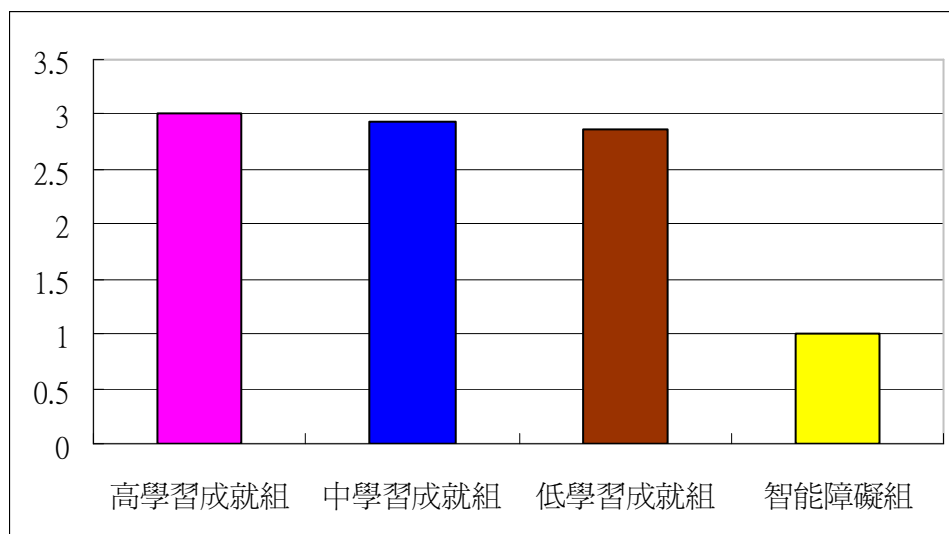


圖 4-8 各組在「展開圖」概念答對題數之平均值

自表 4-18 看出，學生在回答第 2 題、14、21 題共三題的「展開圖」概念上，高學習成就組答對題數平均為 3.00 題，中學習成就組平均答對 2.93 題，低學習成就組平均答對 2.86 題，智能障礙組平均答對 1.00 題。由圖 4-6 各組「展開圖」概念答對題數平均值所示，智能障礙組的答對題數平均值明顯低於各組。

由表 4-19 各組「展開圖」概念之答對題數總分平均值差異比較統計表可知，在智能障礙組這一組相對於高學習成就組、中學習成就組、低學習成就組三組皆有明顯差異。

表 4-18 各組「展開圖」概念之答對題數總分平均值統計表(題數=3)

	總人數	平均答對題數	標準差
高學習成就組	14	3.00	.0000
中學習成就組	60	2.93	.2515
低學習成就組	14	2.86	1.0995
智能障礙組	3	1.00	.0000

表 4-19 各組「展開圖」概念之答對題數總分平均值差異比較

組別 (I)	組別 (J)	平均值差異 (I-J)	標準誤	P
高學習成就組	中學習成就組	6.667E-02	.1403	.973
	低學習成就組	.1429	.1787	.887
	智能障礙組	2.0000	.3008	.000*
中學習成就組	高學習成就組	-6.667E-02	.1403	.973
	低學習成就組	7.619E-02	.1403	.961
	智能障礙組	1.9333	.2797	.000*
低學習成就組	高學習成就組	-.1429	.1787	.887
	中學習成就組	-7.619E-02	.1403	.961
	智能障礙組	1.8571	.3008	.000*
智能障礙組	高學習成就組	-2.0000	.3008	.000*
	中學習成就組	-1.9333	.2797	.000*
	低學習成就組	-1.8571	.3008	.000*

註：* $p < .05$

九、各組在「透視圖」概念表現上之比較

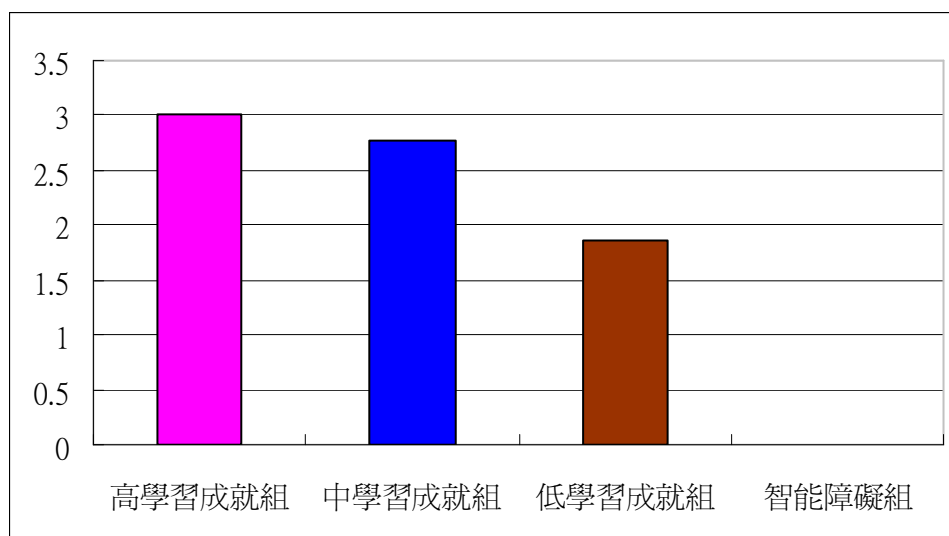


圖 4-9 各組在「透視圖」概念答對題數之平均值

學生在回答第 8 題、19、22 題共三題的「透視圖」概念上，從表 4-20 看出，高學習成就組答對題數平均為 3.00 題，中學習成就組平均答對 2.77 題，低學習成就組平均答對 1.86 題，智能障礙組平均答對 0 題。如圖 4-9 各組「透視圖」概念答對題數平均值所示，可看到在此概念上答對題數平均值由高而低依序為高學習成就組、中學習成就組、低學習成就組、智能障礙組。

再由表 4-21 各組「透視圖」概念之答對題數總分平均值差異比較統計表可知，低學習成就組對其他三組有顯著差異；智能障礙組亦對其他三組有顯著差異；而高學習成就組對低學習成就組、智能障礙組兩組有顯著差異；中學習成就組對於低學習成就組及智能障礙組兩組有顯著差異。

表 4-20 各組「透視圖」概念之答對題數總分平均值統計表(題數=3)

	總人數	平均答對題數	標準差
高學習成就組	14	3.00	.0000
中學習成就組	60	2.77	.4265
低學習成就組	14	1.86	.9493
智能障礙組	3	0	.0000

表 4-21 各組「透視圖」概念之答對題數總分平均值差異比較

組別 (I)	組別 (J)	平均值差異 (I-J)	標準誤	P
高學習成就組	中學習成就組	.2333	.1508	.498
	低學習成就組	1.1429	.1920	.000*
	智能障礙組	3.0000	.3232	.000*
中學習成就組	高學習成就組	-.2333	.1508	.498
	低學習成就組	-.9095	.1508	.000*
	智能障礙組	2.7667	.3005	.000*
低學習成就組	高學習成就組	-1.1429	.1920	.000*
	中學習成就組	-.9095	.1508	.000*
	智能障礙組	1.8571	.3232	.000*
智能障礙組	高學習成就組	-3.0000	.3232	.000*
	中學習成就組	-2.7667	.3005	.000*
	低學習成就組	-1.8571	.3232	.000*

註：* $p < .05$

第二節 高中低學習成就組及智能障礙組口語資料分析

依據立體圖形晤談題本的口語資料中，將立體幾何九個小概念歸納出三個主要概念，分別為形體的辨認、形體的組成要素掌握度，及垂直及平行關係來加以分析，呈現出高學習成就組（S1-S3）、中學習成就組（S4-S6）、低學習成就組（S7-S9）及智能障礙組（S10-S12）在立體幾何相關概念的作答情形。

壹、高中低學習成就組及智能障礙組在「形體的辨認」的概念分析

形體的辨認是學習立體幾何的最基本步驟，學童要能認識形體，才能夠更進一步學習形體的各種要素及性質。研究者從 12 位研究對象在晤談對話中，歸納出研究對象在形體的辨認情形包括：是否能以正確的「名詞」描述立體圖形、以及是否能將形體分類，分述如下：

一、是否能以正確的「名詞」描述立體圖形

國小六年級下學期的學童已完全學過關於立體圖形的相關課程，已瞭解立體圖形的定義及介紹，應要以「數學名詞」來描述立體形體。教師在課堂上爲了讓學童在柱體及錐體間做出區別，一般介紹柱體爲「有兩個底面，側面爲長方形的形體」，而錐體則爲「有一個底面，側面爲三角形的形體」。

（一）描述「柱體」

在描述柱體時，高成就組及中成就組的學童能夠以「兩個底面」或「兩個平平的底面」來敘述外，低成就組及智能障礙組六位學童皆未能以學過的數學名詞來描述之。

【970601- S1 訪】

R：好！第一個，什麼是柱體，什麼是錐體？

S1：柱體有兩個面……兩個底面。

【970602- S4 訪】

R：來！你認為什麼是柱體什麼是錐體？

S4：柱體就是兩個相同的底面。

【970603- S7 訪】

R：你認為什麼是柱體？

S8：柱體沒有尖尖的地方。

【970604- S12 訪】

R：你認為什麼是柱體？

S12：柱體旁邊有線。

（二）描述錐體

在描述錐體方面，高成就組及中成就組的學童能夠以「一個底面」或「底面是平的，頂面是尖的」來敘述外，低成就組及智能障礙組六位學童皆以自己所認知卻非完全正確的數學名詞來描述錐體。

【970601- S2 訪】

R：你認為什麼是柱體？什麼是錐體？

S2：柱體有兩個底面，錐體有一個底面，我是這樣認為的。

【970602- S5 訪】

R：你認為甚麼是柱體？甚麼是錐體？說說看你的想法？

S5：柱體：底面跟頂面是平的，錐體：底面是平的，頂面是尖的。

【970603- S8 訪】

R：你認為什麼是錐體？

S8：錐體有尖尖的地方。

【970604- S11 訪】

R：錐體是什麼？你認為什麼是錐體？

S11：上面有一個頂點

R：請你指一下頂點在哪裡？

S11：這裡（指正確）

二、是否能將形體分類

在課堂上進行形體分類活動時，學童大部分都以形體外表特徵來進行分類，且在幾何圖形的正確概念形成後，不論某種幾何圖形的大小，或者放置的位置如何改變，均應視為同一幾何圖形。

晤談進行所使用的立體教具編號，分別為：一號三角柱、二號四角柱、三號四角錐、四號圓錐、五號六角柱、六號六角錐，選擇使用的教具顏色皆是淡黃色，去除訪談個案因形體顏色所造成的分類干擾變項。

進行分類活動時，高、中、低學習成就組的學童皆能在短時間內迅速地依照柱體及錐體的特徵去做分類，以下將舉 S1 為例，訪談紀錄如下：

【970601- S1 訪】

R：這裡有一、二、三、四、五、六個形體，你會怎麼分？

S1：我會分成柱體與錐體。

R：那屬於柱體的是幾號？

S1：一、二、五號

R：為什麼他是柱體？

S1：有兩個底面。

R：形體名稱分別是什麼？

S1：一號三角柱、二號四角柱，五號六角柱

R：那屬於錐體的又是幾號？

S1：是三、四、六號。

R：為什麼他是錐體？

S1：因因因.....有一個角

R：形體名稱分別是什麼？

S1：三號四角錐、四號圓錐，六號六角錐

但在晤談時，智能障礙組的三位學童通常花較多的時間進行分類，且皆未能正

確地將形體分類出柱體及錐體。

【970604- S10 訪】

R：好，講不出來沒有關係，現在呢，曉卿老師這邊有編號的形體，有看過嗎？

這裡總共有六個，這六個你要怎麼分類？，給他們分分看（台語再說明一次）

S10：（開始分類，似乎不怎麼有自信的用左手拿著教具，歪著頭思考）

R：（再次提醒）有編號喔，你會怎麼分？分類分看看。你要把它分成幾堆？你

會把它分成幾堆？你要把它全部放在一起，變成一堆嗎？

S10：（摸教具尖尖的地方，一個一個擺放在同一地方）

R：全部放在一起嗎？為什麼要把他們都放在一起？

S10：長得都一樣。

R：長得都一樣？

S10：嗯。

【970604- S11 訪】

R：老師這裡有編號一號到六號的形體，請你幫他們分類分看看，你會怎麼分組？

S11：一號二號，三號四號，五號和六號分成三組

R：為什麼你要這樣分？

S11：按照號碼

【970604- S12 訪】

R：好，老師現在手邊有一號、二號到六號的教具，請你分看看。

S12：一、三、六號分在一起，二號自己一組，四號五號自己一組。

R：為什麼你會這樣分？一、三、六號分在一起是因為？

S12：因為他們都有三角形

R：二號呢？你把它自己分一組？

S12：嗯！因為它有正方形

R：那四號和五號呢？

S12：因為它們兩個都有下面的底面

貳、高中低學習成就組及智能障礙組在「形體的組成要素掌握度」的概念分析

立體圖形的三大要素分別是面、頂點、邊，國小六年級學童應該掌握形體組成要素，除了是否能正確說出要素名稱外，還包括是否能正確回答出要素間的數量。

在進行「形體的組成要素掌握度」晤談時，為便於受訪者描述，將晤談所用三角柱教具的五個面作編號，底面為一、二號，側面為三、四、五號，以下將晤談高、中、低成就組，及智能障礙組的內容整理歸納，分述如下：

一、對於形體組成要素「底面」的掌握度

晤談所用的形體教具三角柱有兩個底面，底面的編號分別是一號及二號，對於形體底面的掌握度方面，高成就組及中成就組大致都能正確說出底面的名稱，並能指出及說出正確的底面數量，以研究對象 S3 為例，訪談內容如下：

【970601- S3 訪】

R：(拿出三角柱)，這是什麼？

S3：三角柱

R：這是什麼？

S3：底面

R：有幾個？

S3：兩個

R：指出來

S3：一、二號

在低成就組方面，三個受訪者中有一位正確說出底面的名稱，且數出正確底面數量兩個。另外兩位研究對象 S7 及 S8，不是無法正確說出底面名稱，就是無

法數出正確的底面數量。

【970603- S7 訪】

R：(拿出三角柱)，這是什麼？

S7：三角柱

R：(指出底面)，這是什麼？

S7：底面

R：有幾個？

S7：一個

【970603- S8 訪】

R：(拿出三角柱)，這形體是什麼？

S8：三角柱

R：(指出底面) 這個是什麼？

S8：三角形

R：有幾個？指出來

S8：兩個

而在智能障礙組對於形體組成要素—「底面」的掌握度，在四個組中是最低的，晤談內容歸納如下：

【970604- S10 訪】

R：(拿出編號一的三角柱形體) 這個形體叫什麼？

S10：一角柱

R：(指出底面) 我現在比的這是什麼？

S10：三角形

R：那它有幾個？請你全部指出來

S10：一個(翻轉形體好讓他數，但他總是少數了放在自己手掌上的那一個底面)

【970604- S11 訪】



R：（拿出編號一三角柱的形體）這個形體叫什麼？

S11：平行四邊形

R：為什麼？

S11：因為有底和高

R：（指出底面）這個叫什麼？

S11：（想了將近一分鐘後）面積

R：喔~它有幾個面積呢？

S11：三個

R：哪三個？

S11：一、二、三（數側面）

【970604- S12 訪】

R：（拿出編號一三角柱的形體）這個形體叫做什麼？

S12：三角柱

R：為什麼你認為他是三角柱？

S12：因為上面沒有頂點

R：（指出底面）這個叫做什麼？

S12：底面積。

R：是底面或底面積？

S12：底面積

R：它有幾個底面積呢？

S12：兩個

R：請你指給我看

S12：一、二。



二、對於形體組成要素「側面」的掌握度

唔談所用的形體教具三角柱有三個側面，側面的編號分別是三號、四號及五號，在形體側面的掌握度方面，高、中成就組的受訪者皆能有效地掌握。

【970601- S1 訪】

R：(拿出一號形體) 這個叫什麼？

S1：三角柱

R：(指出側面)，這個地方是什麼？

S1：側面

R：那他有幾個？

S1：三個

【970602- S4 訪】

R：(翻頁之後)，老師拿出一號形體，這是什麼？

S4：三角柱

R：(指出側面)，這叫什麼？

S4：側面

R：有幾個？

S4：三個

R：是幾號？

S4：三、四、五號（正確）

對於低成就組及智能障礙組兩組而言，形體側面的掌握度較低，以下將這兩組研究對象各擇錄一位，訪談內容如下：

【970603- S8 訪】

R：(指出側面)，這個是什麼？

S8：四邊形

R：有幾個？

S8：三個

【970604- S10 訪】

R：(指出側面) 我現在比的這是什麼？

S10：三角柱



R：他有幾個呢？請你指出來

S10：三個（指出正確的三、四、五號）

三、對於形體組成要素「頂點」的掌握度

唔談所用的形體教具三角柱總共有六個頂點，S1-S9 高、中、低成就組大致可以說出「頂點」，並正確指出及說出頂點個數。

S10-S12 智能障礙組受訪者中，對於頂點的掌握度略顯低落，S11、S12 能夠正確說出「頂點」，S10 則以「尖尖的」回答（970604-S10）。在六個頂點個數方面，S10、S12 能夠正確無誤的指出頂點所在，及數出頂點個數，而 S11 認為三角柱的頂點為三個，因為他只指出上面底面的三個頂點，另外與桌面接觸的下面底面他並未算到（970604-S11）。

四、對於形體組成要素「邊」的掌握度

唔談所用的形體教具三角柱的邊總共有九條-上下底面三角形六條，側面三條。S1-S9 高、中、低成就組可以在唔談者指出邊時，就可以說出形體組成要素-「邊」，並在唔談者詢問下回答出「九條邊」。而 S10-S12 智能障礙組，分別以「線」、「直線」、「錐」來代表「邊」，其唔談內容如下：

【970604- S10 訪】

R：（指出邊）我現在比的這是什麼？

S10：線

R：它有幾個？請你全部指出來。

S10：五個（他指出面對自己的側面三條長邊和上面底面的兩條邊）

【970604- S11 訪】

R：（指出邊）老師現在指的這一條叫做？

S11：直線

R：那它有幾個？（請你指出來）

S11：一、二、三（指出三條側邊）

【970604- S12 訪】

R：（指邊）這個叫做什麼？

S12：錐

R：這個一條一條叫做？

S12：錐

R：它有幾個？

S12：三個

R：請你指給我看

S12：一、二、三、四、五、六

R：所以是三個或六個？

S12：三個

R：請你再指給我看

S12：一、二、三（指側面）



參、高中低學習成就組及智能障礙組在「垂直及平行關係」 的概念分析

在「垂直及平行關係」中，研究者從高、中、低成就組及智能障礙組共 12 位研究對象在晤談中，歸納出研究對象在「垂直及平行關係」的情況包括：是否能找出研究者指定的平行面及垂直面、是否能正確說出平行及垂直的定義。

在進行「垂直及平行關係」晤談時，為便於受訪者描述，將晤談所用的形體教具四角柱的六個面作編號，底面為一、二號，側面為三、四、五、六號，以下將晤談高、中、低成就組，及智能障礙組的內容整理歸納，分述如下：

一、是否能找出研究者指定的平行面及垂直面

在進行此概念唔談時，研究者唔談題目分別為：跟底面一號面互相平行的是哪一個面？跟底面一號面互相垂直的面有哪些？研究對象的正確回答應為：跟底面一號面互相平行的是二號面；跟底面一號面互相垂直的有三、四、五、六號面。

過程中，能正確無誤找出與底面一號面互相平行及垂直的面，分別為高成就組及中成就組，擷取兩組各一位研究對象唔談內容如下：

【970601- S1 訪】

R：好！那我現在問你，跟這個面互相平行的是哪個面？

S1：二號

R：好，那你現在告訴我，跟這個面互相垂直的是哪些面？

S1：三號跟四號，跟五號跟六號

【970602- S4 訪】

R：（指出一個底面），跟這個互相平行的面是幾號

S4：二號面

R：那跟這個互相垂直的是哪一面？

S4：三、四、五、六號

在低成就組方面，三位研究對象皆能正確答出所問的第一個問題，亦即可以找出與底面一號互相平行的面，但問到與底面一號互相垂直的面時，有兩位研究對象可以回答出正確的答案，但有一位研究對象（S7）只找到兩個互相垂直的面，沒有完整找出四個互相垂直的面。

至於智能障礙組的三位研究對象，有兩位可以回答出與一號底面平行的二號面；在回答找與一號底面互相垂直的三、四、五、六號面時，三位研究對象中僅有一位（S11）回答完全且手指正確處，有一位可以找到正確的垂直面數量（S12），但找到的垂直面卻手指著側面邊；而（S10）則說法錯誤且認知也錯誤，S10 的唔談內容如下：

【970604- S10 訪】

R：（指出一號底面）跟這個互相平行的是哪一個面？幾號？

S10：4 號

R：（指出一個底面）跟這個一號面互相垂直的是哪一個面？

S10：和四角柱垂直（說法錯誤，且手指指著邊）

二、是否能正確說出平行及垂直的定義

在進行完找出與一號底面互相平行面及垂直面的晤談後，就開始詢問研究對象平行及垂直的定義。對學童來說，立體圖形中的垂直及平行關係，因為涉及到三度空間的判斷，所以難度會比平面幾何的垂直及平行關係還要來的複雜。

晤談過程中，12 位研究對象皆能在短時間內回答平行面及垂直面，可是在回應什麼是平行及什麼是垂直時，研究對象通常會不知所措，直到晤談者再度詢問或重複問題，甚至以更多的提示用語及動作才會得到進一步的回應。可以推論出四組研究對象對於定義平行和垂直都是陌生的。

第三節 學生錐體與柱體之作圖

在教學活動中是以實際操作數學附件的方式使學生習得對展開圖的瞭解，但課程中並未要求學生實際畫出任一形體的展開圖，只要求學生能認出形體與展開圖的配對，所以此一作圖實作，最能深刻體認學生對於形體的內在想法。本節依據「立體圖形晤談題本」的晤談內容及實作內容，將研究對象所畫柱體及椎體的展開圖及透視圖加以整理歸納。

壹、在「展開圖」方面

歸納出研究對象在展開圖的辨認情形分別是：研究對象對展開圖的定義、對展開圖中面的形狀及數量的認定，分述如下：

一、對展開圖的定義

展開圖是把立體想像成空心沿著邊剪開，剪開後平貼在桌上，而且剪開來的幾個面是連在一起的圖形。

在晤談的 12 位研究對象中，對於什麼是展開圖，各自都有自己的想法及描述詞句。高成就組的學生對展開圖的敘述分別為 S1：把形體攤開來，成平行的面；S2：把圖形打開來攤在桌子上；S3：形體攤開來的樣子。可以看到三位高成就組的學生，皆能夠簡單而明瞭的將展開圖在他們心中的定義描述出來。

中成就組的學生對於展開圖的描述分別是 S4：一個形體拆開來；S5：把他們展開之後的圖形；S6：一個形體，把邊切割，又可再合起來，可知他們對展開圖的想法大致上是正確的，且是按照課堂上所接觸展開圖的實作經驗所敘述出來的。

至於在低成就組部份，S7-S9 對展開圖的定義依序為「不是立體的，亂亂的」、「把一個圖分開，一面一面分開」、「就是把形體剪開來，就可以了」，他們的想法亦是依照在課堂上所實際操作所歸納出來的。

而在智能障礙組方面，亦能在晤談者詢問展開圖的定義時答出簡單的回應，例：S10：把它展開，展開圖...把它剖開；S11：就是.....把一個形體展開的！S12：一個東西把它展開。

二、對展開圖中面的形狀及數量的認定

柱體是兩個底面，兩個底面平行而且平等，側面為長方形；而錐體則只有一

個底面，側面為三角形，而兩個形體側面的數量都等於底面邊數。

柱體及錐體的命名都是以底面形狀為依據，在晤談詢問各形體名稱時，除了智能障礙組無法正確答出各柱體及錐體名稱，其餘三組研究對象大致上皆可以說出各柱體及各錐體的名稱。當 12 位研究對象畫出各形體展開圖時，更進一步詢問畫出展開圖的步驟以及想法，以下研究者將晤談中實作部份節錄出來，並一一將其晤談內容整理歸納之。

展開圖的定義中，是把柱體及錐體想像成空心沿著邊剪開，剪開後平貼在桌上，而且剪開來的幾個面是連在一起的圖形。三角錐是由一個三角形底面及三個三角形側面所組成的形體，在高學習成就組中，從圖 4-10 可看出 S1、S2、S3 較能夠準確的畫出三角錐展開面的組成要素。

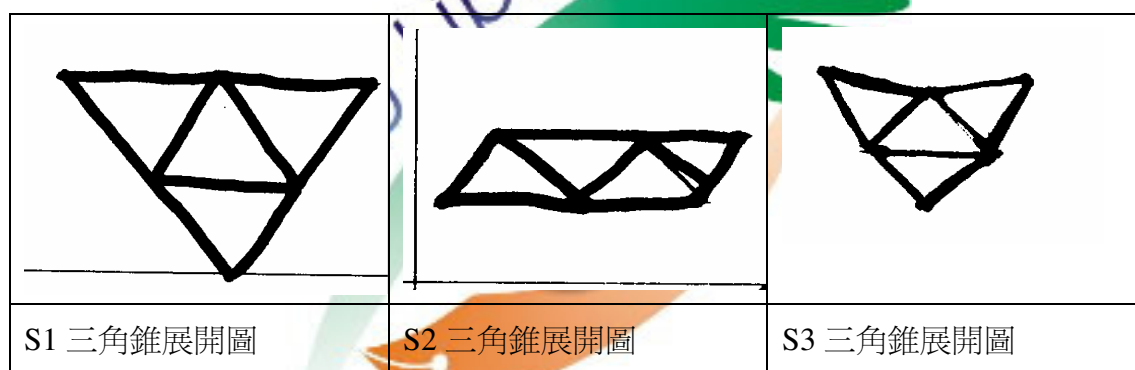


圖 4-10 高學習成就組 S1-S3 三角錐展開圖

在中學習成就組中，由圖 4-11 可看出 S4 對展開圖面的數量認知錯誤，所以畫出底面加上側面共五個面；而 S5、S6 對於面的數量認知是正確的。

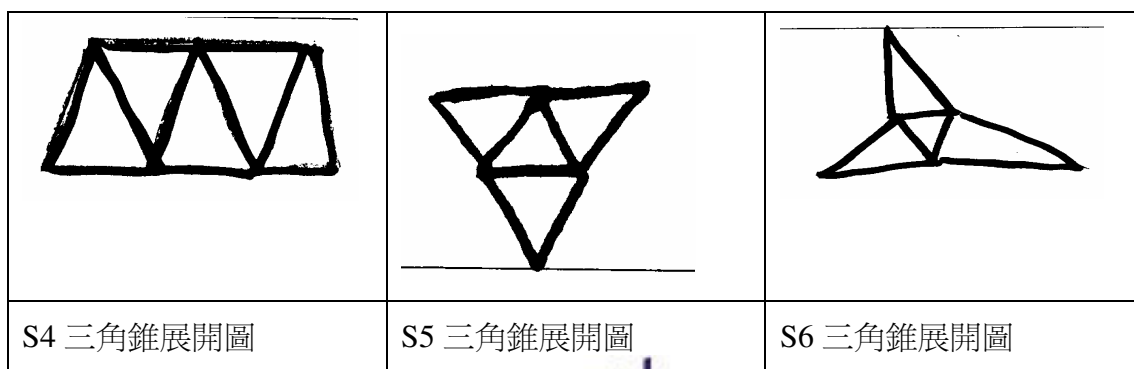


圖 4-11 中學習成就組 S4-S6 三角錐展開圖

在低學習成就組中，可從圖 4-12 明顯看出 S7 將三角錐的展開圖畫成透視圖了，所以 S7 對於展開圖的認知及面的數量認定觀念是沒有釐清的；反觀 S8 與 S9 就有畫出正確的三角錐展開圖。



圖 4-12 低學習成就組 S7-S9 三角錐展開圖

在智能障礙組中畫的圖 4-13，明顯的看到三位研究對象畫的展開圖大不相同。S10 畫出一個三角形，在晤談內容中可看出其想法「R：三角錐展開圖為什麼你會畫這樣？S10：……（想了約一分鐘）R：為什麼呢？一定有你的想法啊！S10：很好畫」，可知道 S10 在畫展開圖的想法中只有好畫及不好畫。S11 的晤談內容中「R：三角錐的展開圖為什麼你會這樣畫？S11：因為有三個角。R：哪三個角？S11：這三個（指出三個尖尖的頂點）」，可以知道 S11 認為三角錐有三個角，所以畫出三個尖尖的角出來；四角錐則為四個角，畫出四個尖尖的角出來……，可知道 S11 認為的展開圖就是由許多角所組成的圖形。S12 的三角錐展開圖基本上的底面及側面形狀是正確的，但對於底面及側面的數量認知是錯誤的，所以一底面三側面的面，S12 就畫成總數為五個面的數量。



圖 4-13 智能障礙組 S10-S12 三角錐展開圖

貳、在「透視圖」方面

立體透視圖的辨識，一直以來也是國小立體幾何學習的重點之一，透視圖最大的特色，就是對於形體看不到的部份，以虛線表示出來。以下將歸納出研究對象對透視圖的辨認情形，分別是：研究對象對透視圖的定義、對透視圖的認知。

一、對透視圖的定義

研究者在晤談對 12 位研究對象詢問何謂透視圖時，S1-S9 高學習成就組、中學習成就組及低學習成就組的學生，大致上對透視圖的定義皆能言之有物。

【970601- S1 訪】

R：透視圖是什麼？

S1：就是可以看到形體看不到的另一條邊和角

【970602- S5 訪】

R：透視圖是什麼？你認為透視圖可以怎麼說？

S5：形體內部看不到的地方用虛線畫出來

【970603- S8 訪】

R：透視圖是什麼？

S8：就是可以看到形體看不到的邊和角

在智能障礙組的三位研究對象，對展開圖的定義能簡單回應，但對於透視圖雖然也有說出一些想法，卻無法完全正確的敘述出來，以下就晤談內容依序整理。

【970604- S10 訪】

R：你剛剛說把它切開就是展開圖？那麼透視圖是什麼？你覺得是什麼？

S10：（搖頭答不出來）

R：透視圖就是用眼睛看得很仔細很仔細，所以透視圖就是？

S10：（依然搖頭）

R：沒關係啦！沒有正確答案，你認為透視圖是什麼就講出來

S10：裡面的格子

R：你認為裡面有格子，對不對？

S10：嗯！

【970604- S11 訪】

R：講完展開圖，老師現在要問你透視圖。透視圖是什麼？

S11：就是把柱體和錐體折出一個形狀

【970604- S12 訪】

R：什麼是透視圖？

S12：可以看到後面的線

R：你說的線是什麼？

S12：代表可以立起來的。

一、對透視圖的認知

研究者節錄 12 位研究對象所繪製的五角柱透視圖去分析，並將他們繪製的想法呈現出來。

在圖 4-14 可看出高學習成就組的三位研究對象繪製的五角柱透視圖，三位皆有正確的兩個底面、五個側面、10 個頂點及 15 個邊。S1、S3 能夠畫出實線及虛線，分辨出可看到及被隱藏的邊，而 S2 都以實線畫出。

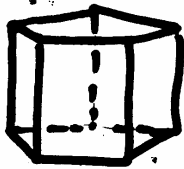
		
S1 五角柱透視圖	S2 五角柱透視圖	S3 五角柱透視圖

圖 4-14 高學習成就組 S1-S3 五角柱透視圖

在圖 4-15 可看出中學習成就組的三位研究對象繪製的五角柱透視圖，只有 S5 的五角柱透視圖是正確的；S4 五角柱組成要素沒有錯誤，但忽略實線、虛線；而 S6 注意到實、虛線之分，但五角柱的 15 條邊卻只呈現出 13 條。

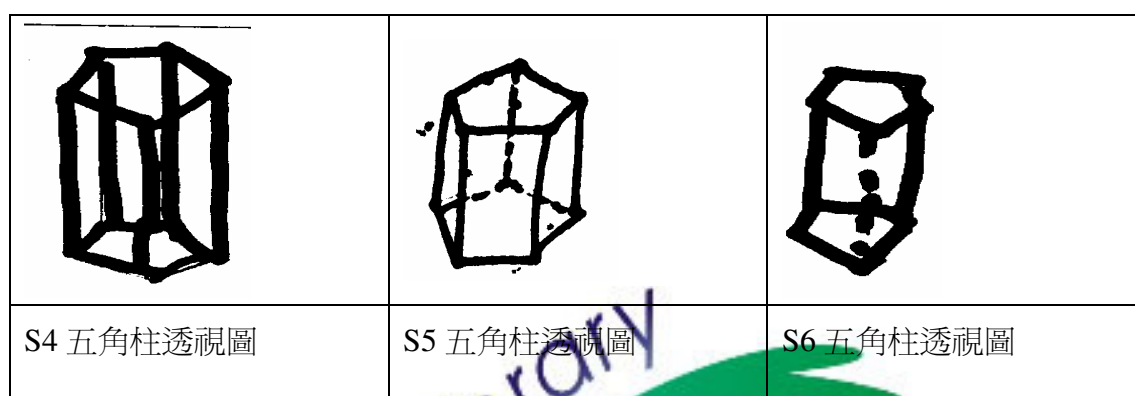


圖 4-15 中學習成就組 S4-S6 五角柱透視圖

在圖 4-16 可看出低學習成就組的三位研究對象繪製的五角柱透視圖，三位皆畫出正確底面、側面、頂點及邊的數量。三位也都能畫出實線及虛線，但 S9 的虛線明顯的畫錯，將前面與後面的側面邊都以實線畫出。

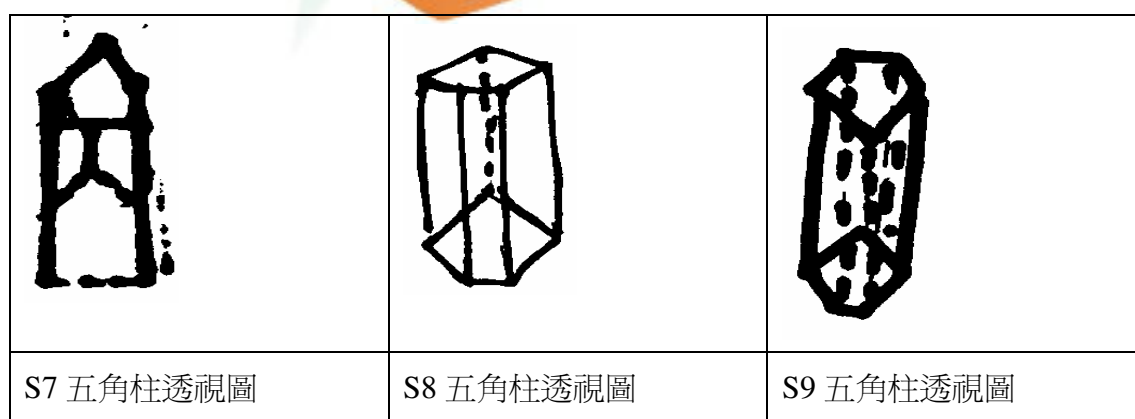


圖 4-16 低學習成就組 S7-S9 五角柱透視圖

在智能障礙這一組對五角柱的認知，可從圖 4-17 以及將晤談內容作一對應，以了解他們的作圖想法。

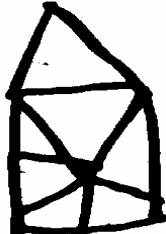
		
S10 五角柱透視圖	S11 五角柱透視圖	S12 五角柱透視圖

圖 4-17 智能障礙組 S10-S12 五角柱透視圖

【970604- S10 訪】

R：五角柱的透視圖呢？

S10：好畫啊！

R：為什麼呢？

S10：因為就這樣畫下來再畫過去就好了（食指跟著他畫的線繞）。

【970604- S11 訪】

R：五角柱為什麼你會這樣畫？

S11：因為五個邊

R：五個邊在哪裡？

S11：一、二、三、四、五（指外圍的邊）

R：為什麼會有這五個邊？

S11：因為支撐上、下面

R：那麼中間畫的是什麼？

S11：中間是要支撐左、右，五角柱才不會倒下。

【970604- S12 訪】

R：五角柱呢？五角柱的透視圖呢？

S12：跟五角錐一樣吧！

R：怎麼一樣呢？

S12：跟五角錐一樣從後面開始畫，因為那一條線長在後面。

從以上晤談內容可知智能障礙組 S10 及 S11 所畫的透視圖只有平面的圖形；而 S12 畫出立體圖形，且有實線、虛線之分，但並沒有畫出五角柱下面的底面。



第四節 綜合討論

本節依據第一節診斷測驗試題結果分析，及第二節學生口語資料作立體圖形之概念分析，並依據第三節立體圖形晤談題本的作圖內容，將學生所畫的展開圖及透視圖加以整理歸納，分析出智能障礙與普通學生之心智模式。依據上述研究結果，進行綜合分析與討論。

壹、不同學習成就之學生在立體幾何概念上之表現情形

依據「立體圖形診斷測驗」及學生口語資料，將不同學習成就之學生在立體幾何概念的表現作整理及分析。

表 4-22 不同學習成就組的學生所表現出的答對題數平均值

概念	不同學習成就組之表現情形
形體的辨認	柱體 1 高學習成就組 = 低學習成就組 2 中學習成就組 3 智能障礙組
	錐體 1 高學習成就組 2 中學習成就組 3 低學習成就組 4 智能障礙組
形體的組成要素	面 1 高學習成就組 2 中學習成就組 3 智能障礙組 4 低學習成就組
	邊 1 高學習成就組 2 中學習成就組 3 低學習成就組 4 智能障礙組
	頂點 1 高學習成就組 2 中學習成就組 3 低學習成就組 4 智能障礙組
垂直及平行關係	垂直關係 1 高學習成就組 2 中學習成就組 3 低學習成就組 4 智能障礙組
	平行關係 1 高學習成就組 2 中學習成就組 3 智能障礙組 4 低學習成就組
展開圖	展開圖 1 高學習成就組 2 中學習成就組 3 低學習成就組 4 智能障礙組
透視圖	透視圖 1 高學習成就組 2 中學習成就組 3 低學習成就組 4 智能障礙組

自表 4-22 中，可清楚呈現出在立體圖形診斷測驗中，錐體、頂點、邊、垂直、展開圖、透視圖六個概念，不同學習成就組的學生所表現出的答對題數平均值由高至低皆是高學習成就組優於其他各組，中學習成就組次之，再者為低學習成就組，而智能障礙組居末。

值得探究的是在「面」與「平行」此兩個概念，不同學習成就組的學生所表現出的答對題數平均值由高至低的順序卻有些變動，高學習成就組優於其他各組，中學習成就組次之，再者為智能障礙組，而居末組為低學習成就組。

特別的是「柱體」此概念，不同學習成就組的學生答對題數平均值表現為高學習成就組與低學習成就組學生相同，次之為中學習成就組，再者為智能障礙組。

依以上所述，可歸納出在立體幾何相關概念上，高學習成就組皆為表現最優的組別，在口語資料中，高學習成就組回應晤談亦是最完整正確的，可以推測高學習成就組的學生已經達至 Piaget et al. (1960) 認知發展取向的第三個體系歐幾里得幾何學階段；而中學習成就組的表現大致上在四組中都維持第二順位，且口語資料中，亦發現中學習成就組在回答各概念時還能說出自己的想法。

但低學習成就組及智能障礙兩組的研究對象在診斷測驗中的答題表現中互有高低，且晤談過程中，兩組的研究對象的口語表達較不完整，常需要看著形體或研究者的進一步提示，由此可知，低學習成就組及智能障礙的研究對象在幾何思考層次中，僅至 van Hiele 幾何思考層次中的層次 0 的視覺期階段。

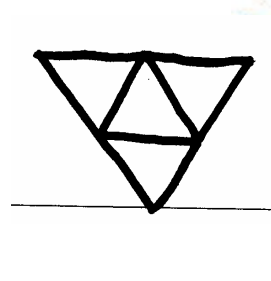
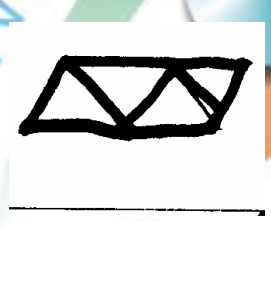
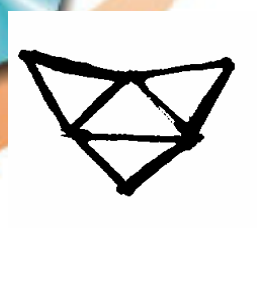
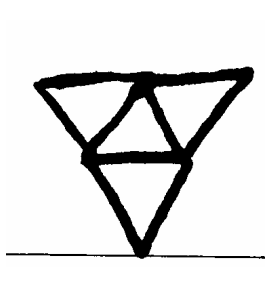
貳、學生在柱體與錐體之心智模式分析

依據第三節「立體圖形晤談題本」的作圖內容，將研究對象所畫柱體及錐體的展開圖及透視圖加以整理歸納，呈現出高、中、低成就組及智能障礙組在立體形體展開圖與透視圖之心智模式。

一、展開圖之心智模式

根據晤談學生 S1-S12 在圖 4-10 至圖 4-13 的三角錐展開圖，歸納出 12 位研究對象展開圖之心智模式如下所述。

(一) 正確模式：所謂正確模式，指的是有畫出三角錐展開圖的一個三角形底面與三個三角形側面的圖形模式，圖 4-18 中，七位研究對象所畫出的圖，就是屬於正確模式。

			
S1	S2	S3	S5

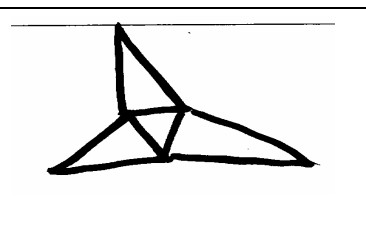
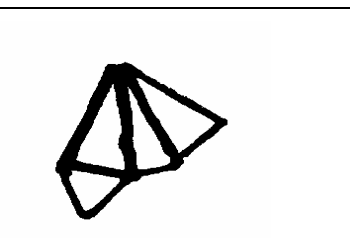
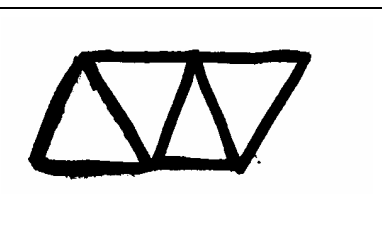
		
S6	S8	S9

圖 4-18 展開圖之正確模式

(二) 誤解模式：所謂誤解模式是指對展開圖的認知錯誤，展開圖是把柱體及錐體想像成空心沿著邊剪開，剪開後平貼在桌上，而且剪開來的幾個面是連在一起的圖形，由定義可知展開圖是平面的圖形，但圖 4-19 可看到 S7 所畫出的是三角柱立體圖形，屬於誤解模式。

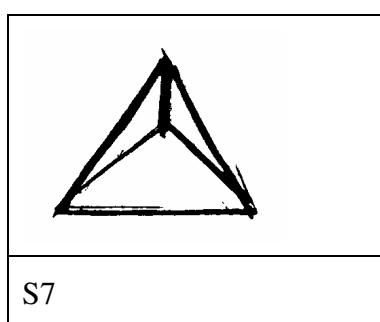


圖 4-19 展開圖之誤解模式

(三) 逾邊模式：所謂逾邊模式指的是研究對象將展開圖應畫出的邊數多畫出了幾條邊，如圖 4-20 兩位研究對象所畫。

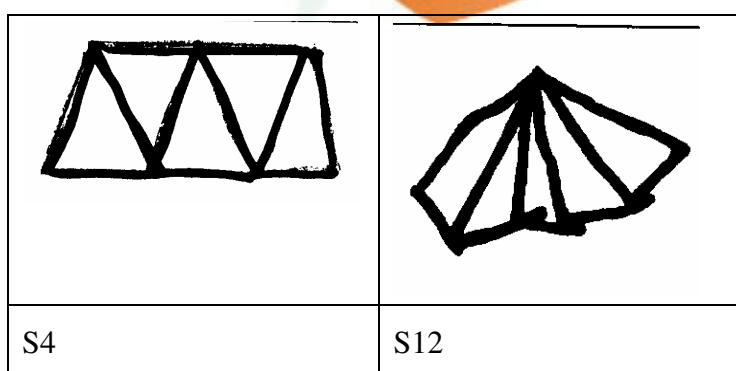


圖 4-20 展開圖之逾邊模式

(四) 單三角形模式：所謂單三角形模式，亦即圖 4-21 所示，研究對象認為三角錐的展開圖就是一個三角形圖形。

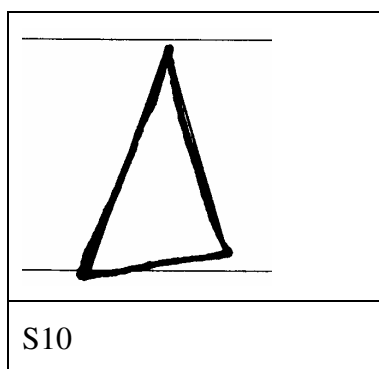


圖 4-21 展開圖之單三角形模式

(五) 多角平面模式：所謂多角平面模式，亦即圖 4-22 所示，研究對象認為三角錐的展開圖就是有三個角的平面圖形，所以研究者將這一類作圖模式稱為多角平面模式。

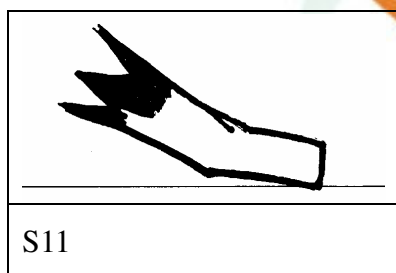


圖 4-22 展開圖之多角平面模式

二、透視圖之心智模式

根據晤談學生 S1-S12 在圖 4-14 至圖 4-17 的五角柱透視圖，歸納出 12 位研究對象透視圖之心智模式如下所述。

(一) 正確模式：所謂正確模式，指的就是圖 4-18 中 S1、S3、S5、S9 四位研究對象所畫出的透視圖，可看出畫五角柱透視圖時，畫出上、下兩個五邊形的底面，也可看出實線與虛線所代表的邊總共有 15 條邊，實線與虛線的位置亦是正確的，所以研究者稱這一類作圖為正確模式。



圖 4-23 透視圖之正確模式

(二) 缺虛線模式：所謂缺虛線模式，指的是在圖 4-19 中 S2、S4 兩位研究對象畫出正確的五角柱透視圖骨架，卻忽略了透視圖最大的特色，就是對於形體看不到的部份，以虛線表示出來；而 S8 雖然有畫出一條虛線，卻還是忽略下面底面看不到的邊該畫出虛線。

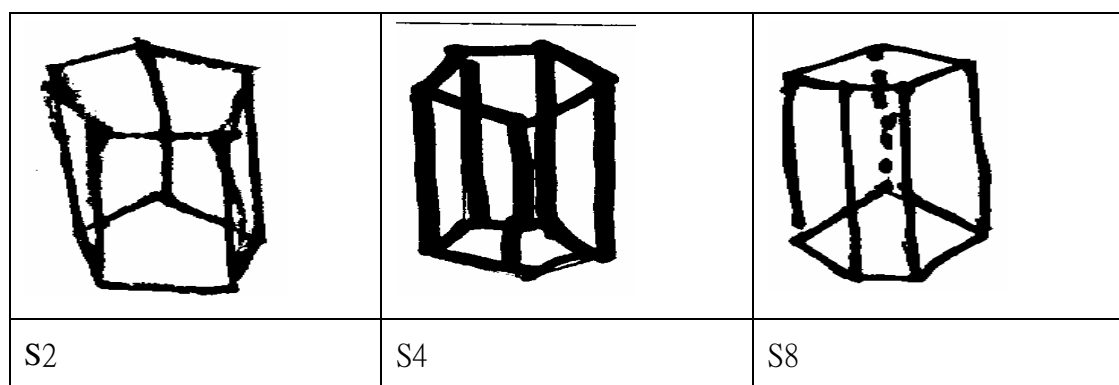


圖 4-24 透視圖之缺虛線模式

（三）缺實線模式：所謂缺實線模式，指的就是圖 4-20 中 S9 此研究對象有畫出五角柱的組成要素-上、下兩底面，五個側面，15 條邊，也有注意到實線與虛線之區別，但研究對象卻忽略前面的邊是可看到的，應該畫出實線的邊卻畫了虛線。

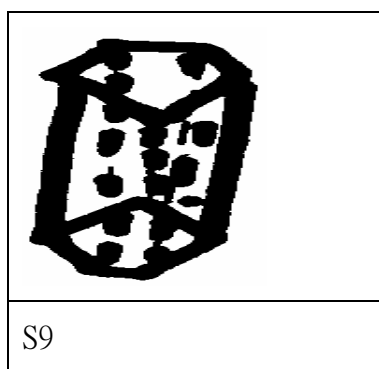


圖 4-25 透視圖之缺實線模式

（四）缺邊模式：所謂缺邊模式，從 S6、S7、S12 所畫出的透視圖便可以知道，三位研究對象畫的五角柱透視圖皆少了幾條邊，所以研究者稱這一類型的作圖為缺邊模式。



圖 4-26 透視圖之缺邊模式

（五）平面模式：所謂平面模式，自圖 4-22 中明顯看到 S10、S11 所畫出的透視圖並沒有表現出立體的骨架，只畫出平面的圖形，所以研究者稱這一類型作圖為平面模式。

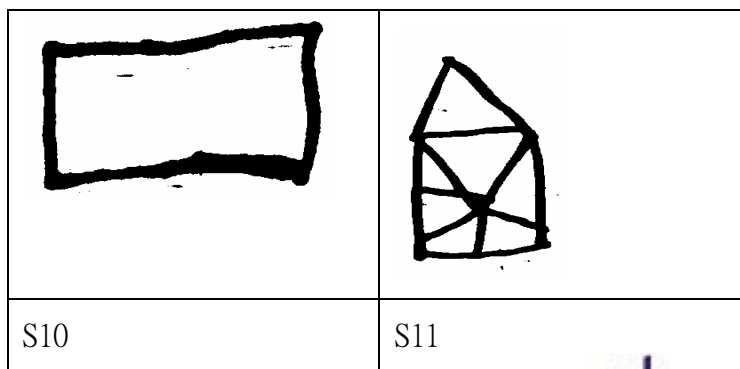


圖 4-27 透視圖之平面模式

歸納上述學生展開圖及透視圖的心智模式，研究者發現畫出正確模式的幾乎都是高學習成就組的學生，中學習成就組有少數忽略了組成要素，導致有幾位研究對象的心智模式為缺邊、逾邊或是缺實線、缺虛線；至於低學習成就組的研究對象所畫出的圖只有少數被歸為正確模式中；而智能障礙組的學生 S10、S11、S12 三位研究對象中，從圖 4-21、圖 4-22、以及圖 4-27 可明顯看出 S10 及 S11 的作圖類型中，不論展開圖及透視圖都是屬於平面系列的心智模式。

第五章 結論與建議

本研究以國小六年級智能障礙學生及普通學生為研究對象，研究學生辨認立體形體所使用的策略，與描述形體時所使用的語詞，以瞭解六年級學生畫出立體形體展開圖及透視圖的內在想法，分析出智能障礙學生與普通學生在立體幾何概念上的差異。本章將依據本研究的待答問題與結果說明本研究的結論，並提供教學、課程設計以及未來研究的建議。

第一節 結論

本研究主要目的為瞭解六年級不同學習成就學生在立體幾何概念之表現情形，與探討不同學習成就學生在立體幾何概念之心智模式類型。依據待答問題，茲將結論分述如下：

壹、六年級不同學習成就之學生在立體幾何概念之表現情形

一、在立體圖形診斷測驗中，錐體、頂點、邊、垂直、展開圖、透視圖六個概念，不同學習成就組的學生所表現出的答對題數平均值由高至低皆是高學習成就組優於其他各組，中學習成就組次之，再者為低學習成就組，而智能障礙組居末。

二、在立體圖形診斷測驗中，值得探究的是在面與平行此兩個概念，不同學習成就組的學生所表現出的答對題數平均值由高至低的順序卻有些變動，高學習成就組優於其他各組，中學習成就組次之，再者為智能障礙組，而居末組為低學習成就組。

三、在立體圖形診斷測驗中，特別是柱體的概念，不同學習成就組的學生答對題數平均值表現為高學習成就組與低成就組學生相同，次之為中學習成就組，再者為智能障礙組。

貳、六年級不同學習成就之學生在立體幾何概念之心智模式類型及差異

依據立體圖形晤談題本的作圖內容，研究者將研究對象所畫柱體及椎體的展開圖及透視圖加以整理歸納之後，研究者發現研究對象立體形體展開圖與透視圖之心智模式如下所述。

一、展開圖之心智模式類型

- (一) 正確模式：亦即研究對象能正確掌握住畫出各形體之展開圖要素。
- (二) 誤解模式：由定義可知展開圖是平面的圖形，研究對象卻認知為立體的圖形，亦即研究對象的認知是錯誤的，故稱為誤解模式。
- (三) 逾邊模式：亦即研究對象將展開圖應畫出的邊數多畫出了幾條邊。
- (四) 單三角形模式：亦即研究對象認為展開圖就是較為好畫的三角形。
- (五) 多角平面模式：亦即研究對象認為展開圖就是擁有多角的平面圖形。

二、透視圖之心智模式類型

- (一) 正確模式：亦即研究對象正確掌握住畫出各形體之透視圖要素。
- (二) 缺虛線模式：亦即研究對象畫出正確的透視圖骨架，卻忽略了對於形體看不到的部份，畫透視圖時必須以虛線表示出來。
- (三) 缺實線模式：亦即研究對象有注意到實線與虛線之區別，但卻忽略該畫出實線的邊卻畫了虛線。
- (四) 缺邊模式：亦即研究對象畫形體的透視圖時皆少了幾條邊。
- (五) 平面模式：亦即研究對象並沒有表現出立體的骨架，只畫出平面的圖形。

第二節 建議

根據本研究之發現以及結論，提出下列建議，以提供國小數學領域課程、幾何教學以及未來研究之參考。

壹、對國小數學領域課程之建議

在數學領域課程內，除了強調數學概念與運算的學習之外，更強調數學內部和數學外部的連結、問題的探索與解決、和他人理性溝通能力的培養，並協助學生如何學，進而樂於學的習慣。在數學「柱體與錐體」這一單元的教學目標，期待學生能透過分類、比較、觀察……認識柱體及錐體的異同，在診斷測驗中可見學生在筆試 27 題的平均答對題數皆可以達 16.79 題以上。但在本研究晤談過程畫展開圖及透視圖的實作部份上，即使研究者在晤談過程中頻頻叮嚀學生可以使用作圖工具，但不論是哪一組的研究對象皆未能善用作圖工具，研究者建議在幾何課程中，除了各項形體組成要素的教學之外，可以再加強操作、描繪及作圖的活動設計，以期學生經由這些活動，能夠瞭解「圖形的基本性質」、運用「各種工具和策略」及「熟悉圖形組成要素與工具之間的關係」等概念，進而提昇學童的幾何層次。

貳、對幾何教學之建議

學生在學習過程中，容易受到教學活動及教材內容之影響，而教學者的教學目標並非開發學生精確的數學定義思維，是要培養學生從幾何形體中探索幾何特性的思維。在晤談過程中，研究者希望研究對象說出柱體、錐體、平行、垂直的定義，但學生都絞盡腦汁回想課本中的定義，無法使用自己的話去闡釋，故建議在教學活動中教學者無須教導學生艱澀的定義問題，且一個具體物件是否屬於某

種幾何形體的細部區分，遠不如讓學生在具體物件，尤以生活中物件為佳，去發現基本元素與其組成的規律與性質來得重要，刻意使用極端的例子來澄清幾何定義是沒有必要的。

參、對未來研究之建議

本研究受限於時間及人力，只探討學童在幾何教學中立體幾何圖形的概念，且在晤談過程中較缺乏生活化之題目，因此未來的研究可更充實生活化之問題，瞭解學童實際生活空間中的幾何概念。

由於本研究的研究對象僅限於屏東縣東港視導區的六年級學童，因此研究結果之推論受到限制，未來研究對象選取可擴及全國地區，包括山地、鄉村與城市等不同地區，以比較不同地區學生的立體幾何概念。

本研究僅抽取國小六年級學童智能障礙組及高、中、低成就組，共四組 12 人作晤談的樣本，未來研究者可多考慮以隔年追蹤同一批學生的方式，理解不同年級對智能障礙與普通學生在立體幾何概念發展的影響及差異性。

參考文獻

中文部分

王天苗 (1986)。智能不足兒童與普通兒童數學能力之差異。*特殊教育研究期刊*，**2**，163—176。

王文科譯 (1992)。《*兒童的認知發展導論 (4 版)*》(卜拉絲姬原著)。台北：文景。

毛連塏、邵尉龍、楊瑞智 (1993)。《*國民小學學生幾何概念評量與診斷系統之研究*》。台北市立師範學院。

左台益、梁勇能 (2001)。國二學生空間能力與 van Hiele 幾何思考層次相關性研究。*師大學報*，四十六卷第一、二期。

江文瑋 (2008)。《*探討高中生氧化還原心智模式及概念改變之研究*》。國立台灣師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，台北市。

朱建正 (1998)。《*立體圖形的處理*》。文章發表於 86 學年度數學教育學術研討會，國立嘉義師範學院，嘉義縣。

李毓佩 (2001)。《*幾何的寶藏*》。台北：國際村。

余文卿、謝輝光譯 (1989)。《*牛頓數學辭典 (Daintith, J., & Nelson, R.D. 原著)*》。台北：牛頓。

吳武雄、陳瓊森 (1992)。《*有效的科學概念教學：職前科學教師教學能力培養之研究*》。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告。

沈佩芳 (2002)。《*國小高年級學童的平面幾何圖形概念之探究*》。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北市。

- 何華國（1995）。**特殊兒童心理與教育**。台北：五南。
- 林木明（2004）。**發展「立體幾何」教學模組進行補救教學之研究~以國小六年級學童為例**。國立嘉義大學國民教育研究所碩士論文，未出版，嘉義縣。
- 林怡君（2001）。**建構教學對輕度智能障礙學生數概念應用成效之研究**。國立高雄師範大學特殊教育研究所碩士論文，未出版，高雄市。
- 林美和（1992）。**智能不足研究：學習問題與行為輔導**。台北：師大書苑。
- 徐民寧（1997）。**有意義的學習—概念構圖之研究**。台北：商鼎。
- 秦麗花（1995）。國小學障兒童數學解題自我效能研究。**特殊教育季刊**，56，6-8。
- 張春興（2000）。**現代心理學**。台北：東華。
- 教育部（1987）。**特殊教育法施行細則**。台北：教育部。
- 教育部（2001）。**國民中小學九年一貫課程暫行綱要**。台北市：教育部。
- 教育部（2002）。**身心障礙及資賦優異學生鑑定標準**。台北市：教育部。
- 教育部（2003）。**國民中小學九年一貫課程綱要**。台北市：教育部。
- 張景中、曹培生（譯）（1996）。**從數學教育到教育數學**。台北：九章。
- 郭重吉（1990）。學生科學知識認知結構的評估與描述。**彰化師範大學學報**，1，279-320。
- 趙育敏（1996）。**兒童形概念之活動類型：一個國小低年級兒童之個案研究**。國立嘉義師範學院國民教育研究所碩士論文，未出版，嘉義縣。
- 劉好（1994）。**國民小學數學科新課程中幾何教材的設計**。台灣省國民學校教師研習會：國民小學數學科新課程概說（低年級），98-108。
- 劉好（1998）。平面圖形教材的處理，國立嘉義師範學院，**八十六學年度數學教育研討會，論文暨會議實錄彙編**，頁 33-50。
- 蔡秉恆（2002）。國小六年級學生運用網路數位學校學習柱體與錐體成效之研究。屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，屏東縣。
- 蔡翠華（1996）。國小數學學習障礙學生的學習型態與學習策略之相關研究。**特**

特殊教育研究學刊，14，157-177。

蔣聲、陳瑞琛（2002）。**趣味幾何考腦筋**。香港：智能教育。

盧台華（1995）。身心障礙學生數學能力之比較研究。**特殊教育研究學刊**，12，
25—50。

盧銘法（1996）。國小中高年級學生幾何概念之分析研究-以 *van Hiele* 幾何思考
水準與試題關聯結構分析為探討基礎。國立台中師範學院國民教育研究所
碩士論文，未出版，台中市。

鍾聖校（1990）。**認知心理學**。台北：心理。



英文部分

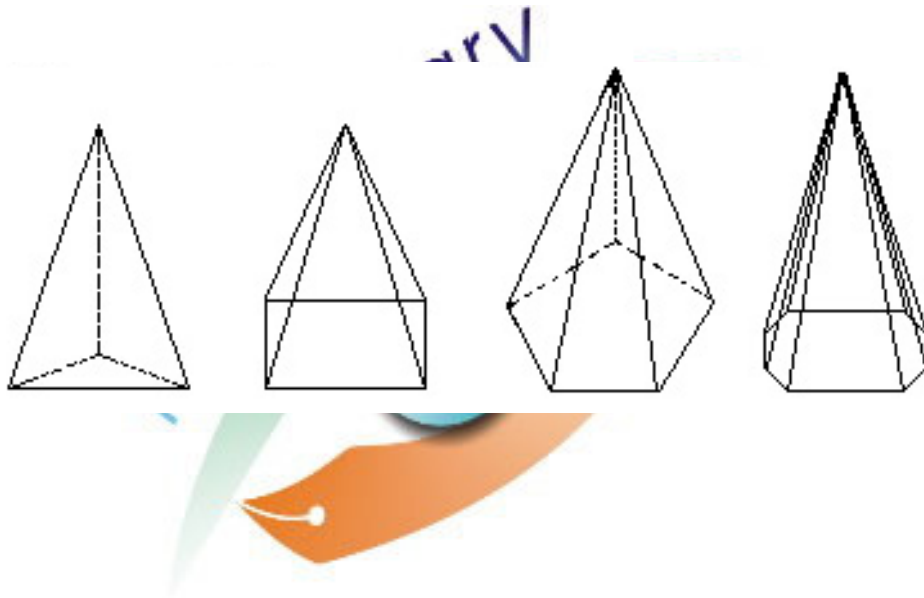
- Arnone, V. C. (1971). The Nature of Concepts: A Point of View. *Theory into Practice*, 10(2), 101-108.
- Birmer, R. W. (1990). Student with severe disabilities : current perspectives and practices. *Mountain View, CA : Mayfield*.
- Borges, A. T. , & Gilbert, J. K. (1999). Mental models of electricity. *International Journal of Science Education*, 21(1), 98-117.
- Bruner, J. S. (1964). Some theorems on instruction illustrated with reference to mathematics. In E. R. Hilgard (ED.), *Theories of learning and instruction. The sixty-third yearbook of the National society for Study of Education* ,Part I (pp.306-335).
- Bruner, J. S. (1965). Toward a theory of instruction. *Cambridge : Harvard University Press*.
- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. In M. M. Lindquist & A. Shulte (eds.), *Learning and teaching geometry K-12*. pp.6-13. Reston, VA : *National council of Teachers of Mathematics*.
- Dunn, L. M. (1973). Children with mild general learning disabilities. In L. M. Dunn (ED.), *Exceptional children in the schools : Special education in transition (2nd ed)* .New York : *Holt, Reinhart and Winston*.
- Gentner, D. & Stevens, A. L. (1983). Mental models. Hillsdale, NJ: *Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishing*.
- Hoffer, A. (1983). Van Hiele based research. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*, pp.205-227. New York : *Academic Press*.

- Johnson-Laird P. N. (1983). Models. In M.I. Posner (Ed), From foundation of cognitive science. *Cambridge, MA : MIT Press.*
- Macmillan, D, L. (1977). Mental Retardation in School and Society. *Boston : Little. Brown and CO.*
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA : Author.
- Piaget, J., Inhelder, B. & Szeminska, A. (1960). The child's conception of geometry. *London : Routledge and Kegan Paul.*
- Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies. *Armand Colin, Paris.*
- Reisman, F.K. (1982). A guide to the diagnostic teaching of arithmetic (3rd ed). *Columbus, OH : Merrill.*
- Snyder, R.F. (1998). A clinical study of three high school problem solvers. *High School Journal*, 81(3), 167-177.
- Thurlow, M.L. (1975). An Assessment of the Effectiveness of the Money, Measurement and Time Program for EMR children. (Research Report No. 88.) EC080485.
- Tiberghien, A. (1994). Modelling as a basis for analyzing teaching-learning situations. *Learning and Instruction*, 4, 71-87.

附錄

附錄一 立體幾何診斷測驗

立體幾何診斷測驗



設計者：江曉卿

學校名稱：_____ 班級：_____

學生姓名：_____ 座號：_____

施測日期：_____

數學幾何問題測驗問卷

親愛的同學您好：

這是一份關於數學幾何的測驗問卷，目的在於瞭解您對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開您寫的內容，也不會影響您的學業成績，請您安心作答。謝謝！

國立台東大學特殊教育碩士專班研究生

江曉卿 敬上

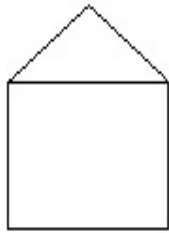
1. () 如圖，哪一個不是柱體？

(1) 甲 (2) 乙 (3) 丙 (4) 丁。

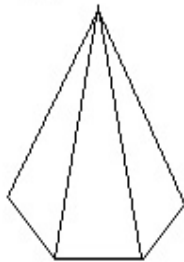
甲



乙



丙

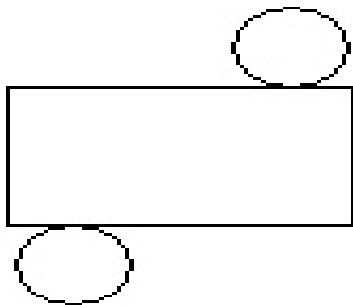


丁

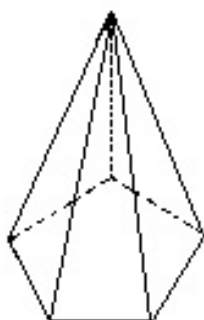


2. () 如圖，是哪一個形體的展開圖？

(1) 圓柱 (2) 三角柱 (3) 四角柱 (4) 圓錐。



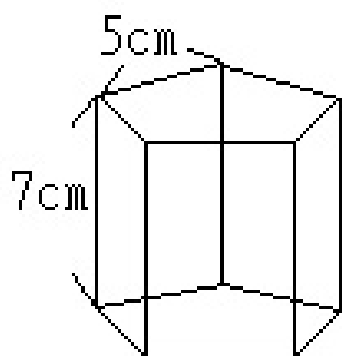
3. () 如圖，這個形體的它的側面個數共有多少個？
 (1)1個 (2)2個 (3)4個 (4)5個。



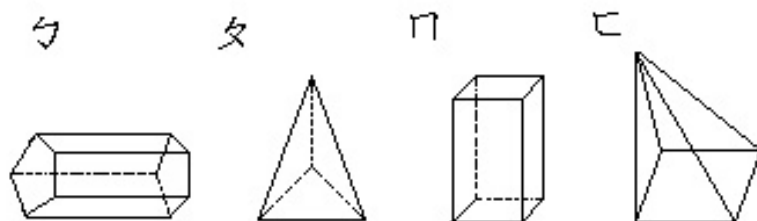
4. () 下列關於四角錐的敘述，哪一個是錯誤的？

- (1)有互相垂直的邊 (2)只有一個底面
 (3)底面是圓形 (4)側面是三角形。

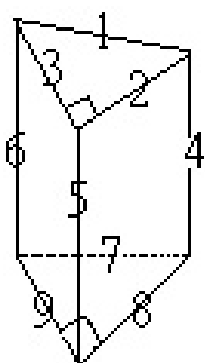
5. () 如圖，用黏土做頂點和造型棒做骨架，做一個正五邊形的角柱骨架，需要多少個黏土？
 (1)8個 (2)9個 (3)10個 (4)11個。



6. () 下列哪個形體的邊有12條？
 (1)三角柱 (2)圓柱 (3)十二角錐 (4)四角柱。
7. () 有一個角錐共有 5 個頂點，這是什麼角錐？
 (1)四角錐 (2)五角錐 (3)六角錐 (4)七角錐。
8. () 下列選項，哪一個是五角柱的透視圖？
 (1)ㄅ (2)ㄆ (3)ㄇ (4)ㄈ。

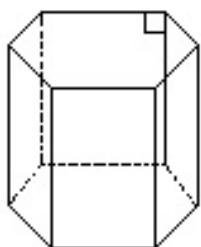


9. () 如圖，是一個三角柱，它的底面是直角三角形，哪一個邊沒有和5號邊互垂直？
 (1)2 (2)3 (3)4 (4)9。



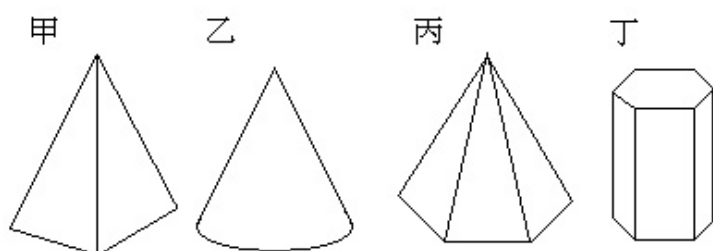
10. () 如圖，這個形體它有多少個底面？

- (1)1 個 (2)2 個 (3)6 個 (4)8 個。



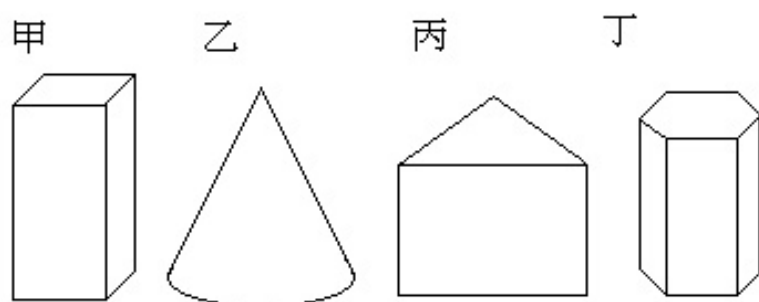
11. () 如圖，哪一個不是錐體？

- (1)甲 (2)乙 (3)丙 (4)丁。



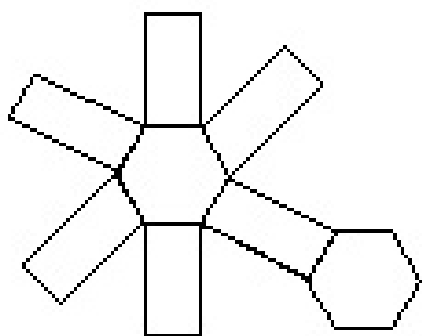
12. () 如圖，哪一個形體沒有互相垂直的邊？

- (1)甲 (2)乙 (3)丙 (4)丁。

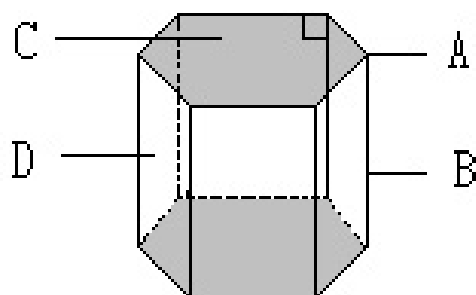


13. () 有一個錐體它有13個頂點，它的名稱是什麼？
 (1)九角錐 (2)十角錐 (3)十一角錐 (4)十二角錐。

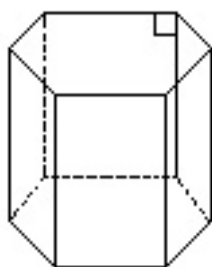
14. () 如圖，是哪一個形體的展開圖？
 (1)五角柱 (2)六角柱 (3)八角柱 (4)六角錐。



15. () 如圖，六角柱D的部位是什麼名稱？
 (1)頂點 (2)底面 (3)邊 (4)側面。

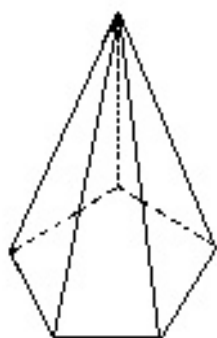


16. () 如圖，這個形體它共有多少個頂點？
 (1)10個 (2)11個 (3)12個 (4)13個。

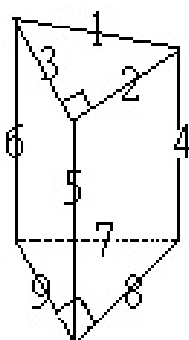


17. () 如圖，這個形體一共有幾條邊？

(1)5 條 (2)6 條 (3)8 條 (4)10 條。

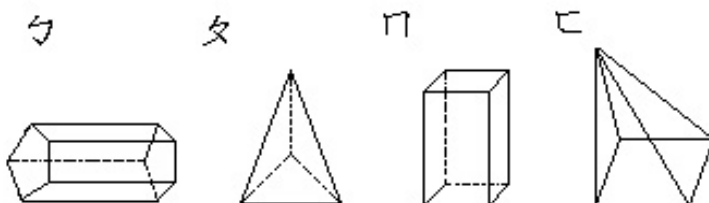


18. () 如圖，是一個三角柱，它的底面是直角三角形，哪一條邊和 7 號邊互相平行？(1)1 (2)4 (3)8 (4)9。

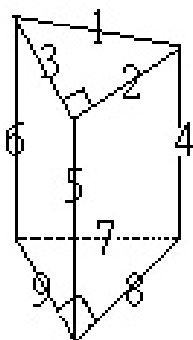


19. () 下列選項，哪一個是四角錐的透視圖？

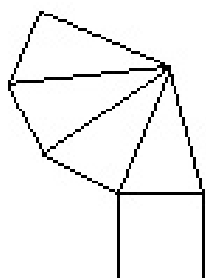
(1)ㄅ (2)ㄆ (3)ㄇ (4)ㄈ。



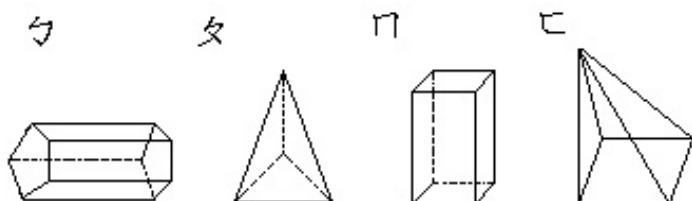
20. () 如圖，是一個三角柱，它的底面是直角三角形，哪一個邊沒有和 8 號邊互垂直？ (1)4 (2)5 (3)1 (4)9。



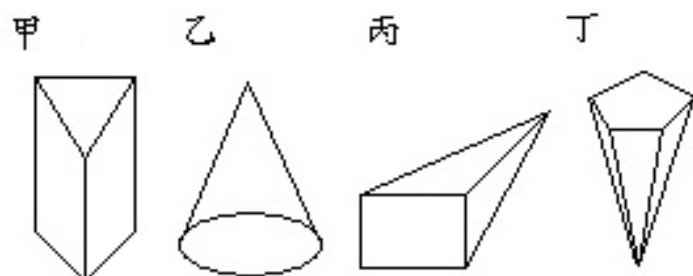
21. () 如圖，是哪一個形體的展開圖？ (1)三角柱 (2)四角柱 (3)四角錐 (4)三角錐。



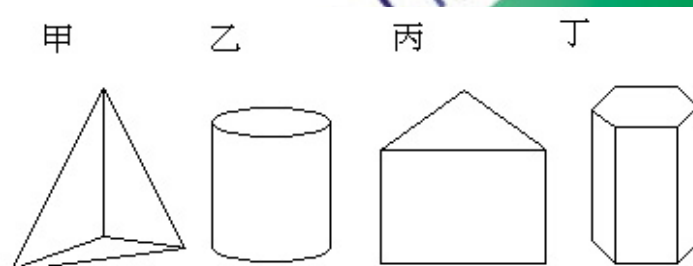
22. () 下列選項，哪一個是四角柱的透視圖？ (1)ㄅ (2)ㄆ (3)ㄇ (4)ㄈ。



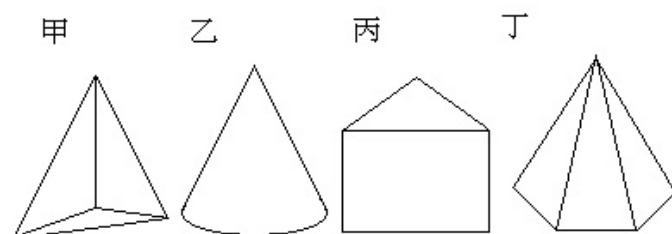
23. () 如圖，哪些形體有互相平行的邊？ (1) 甲和丙 (2) 甲和丁 (3) 乙和丙 (4) 乙和丁



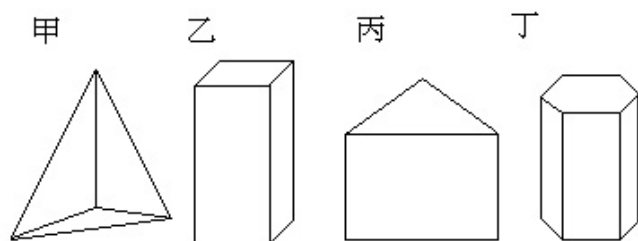
24. () 如圖，哪一個形體是圓柱體？ (1) 甲 (2) 乙 (3) 丙 (4) 丁。



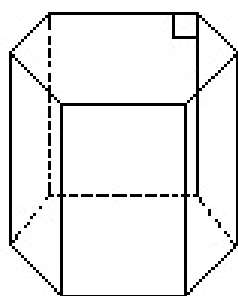
25. () 如圖，哪一個不是錐體？ (1) 甲 (2) 乙 (3) 丙 (4) 丁。



26. () 如圖，哪一個形體沒有互相平行的邊？ (1)甲 (2)乙
(3)丙 (4)丁。



27. () 如圖，是一個什麼形體？ (1)五角柱 (2)五角錐 (3)
六角錐 (4)六角柱。



(謝謝你的回答！)

立體幾何問題唔談題本



設計者：江曉卿

學校名稱：_____ 班級：_____

學生姓名：_____ 座號：_____

施測日期：_____

數學立體幾何問題晤談題本

親愛的同學您好：

這是一份關於數學幾何的晤談題本，目的在於瞭解您對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開您寫的內容，也不會影響您的學業成績，請您安心作答。謝謝！

國立台東大學特殊教育碩士專班研究生

江曉卿 敬上

一、柱體與錐體

1-1 你認為什麼是柱體？什麼是錐體？說說看你的想法。

二、這邊有許多形體的教具，請你分類看看：

2-1 你是如何分類的？請說出你的想法。

2-2 在這些形體中，屬於柱體的拿出來。為什麼你認為他是柱體？

2-3 這些形體名稱分別是什麼？請你一個一個唸出來。

2-4 請將這些形體中，屬於錐體的拿出來。為什麼你認為他是錐體？

2-5 這些形體名稱分別是什麼？請你一個一個唸出來。

三、我會說，我會數！

3-1 這個形體名稱是什麼？

3-2 (1) 這個叫做什麼？(2) 他有幾個呢？(3) 請你全部指出來。

3-3 (1) 這個叫做什麼？(2) 他有幾個呢？(3) 請你全部指出來。

3-4 (1) 這個叫做什麼？(2) 他有幾個呢？(3) 請你全部指出來。

3-5 (1) 這個叫做什麼？(2) 他有幾個呢？(3) 請你全部指出來。



四、說說看，比出來！

4-1 這個形體名稱是什麼？

4-2 跟底面互相平行的是哪一個面？

4-3 那麼，什麼是平行呢？

4-4 跟底面互相垂直的是哪一個面？

4-5 那麼，什麼是垂直呢？



五、畫畫看

5-1 展開圖是什麼呢？

5-2 請依序畫出以下形體的展開圖。

三角錐	
四角錐	
五角錐	
三角柱	
四角柱	
五角柱	

5-3 透視圖是什麼呢？

5-4 接下來，畫五角柱的透視圖。

三角錐	
四角錐	
五角錐	
三角柱	
四角柱	
五角柱	

附錄三 立體圖形診斷測驗之專家效度檢核表

專家效度檢核表－立體圖形診斷測驗

學歷：

姓名：

教學經歷簡介：

概念	題號			是否達到測驗目標	建議
形體的辨認	柱體	1 24	27	☐ 是 ☐ 否	
	錐體	4	11 25	☐ 是 ☐ 否	
形體的組成要素	面	3	10 15	☐ 是 ☐ 否	
	邊	5	6 17	☐ 是 ☐ 否	
	頂點	7	13 16	☐ 是 ☐ 否	

垂直及平行關係	垂直 關係	9	12	20	☐ 是 ☐ 否	
	平行 關係	18	23	26	☐ 是 ☐ 否	
展開圖	展開 圖	2	14	21	☐ 是 ☐ 否	
透視圖	透視 圖	8	19	22	☐ 是 ☐ 否	

謝謝您的作答！感恩！

國立台東大學特殊教育碩士專班研究生

江曉卿 敬上

附錄四 立體幾何問題晤談記錄本

立體幾何問題晤談記錄本



學校名稱：_____ 班級：_____

學生姓名：_____ 座號：_____

施測日期：_____

數學立體幾何問題晤談題本

親愛的同學您好：

這是一份關於數學幾何的晤談題本，目的在於瞭解您對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開您寫的內容，也不會影響您的學業成績，請您安心作答。謝謝！

國立台東大學暑期特殊教育碩士班研究生

江曉卿 敬上

一、柱體與錐體

1-1 你認為什麼是柱體？什麼是錐體？說說看你的想法。

二、這邊有許多形體的教具，請你分類看看：

2-1 你是如何分類的？請說出你的想法。

◎分類原因

◎為什麼如此分類

2-2 在這些形體中，屬於柱體的拿出來。為什麼你認為他是柱體？

☐1 號 ☐2 號 ☐3 號 ☐4 號 ☐5 號 ☐6 號

因為：

2-3 這些形體名稱分別是什麼？請你一個一個唸出來。

◎1 號_____ 2 號_____ 3 號_____ 4 號_____ 5 號_____ 6 號_____

2-4 請將這些形體中，屬於錐體的拿出來。為什麼你認為他是錐體？

☐1 號 ☐2 號 ☐3 號 ☐4 號 ☐5 號 ☐6 號

因為：

2-5 這些形體名稱分別是什麼？請你一個一個唸出來。

◎1 號_____ 2 號_____ 3 號_____ 4 號_____ 5 號_____ 6 號_____

三、我會說，我會數！

（施測者拿出編號 1 三角柱的形體）

3-1 這個形體名稱是什麼？

（施測者指出底面）

3-2 (1) 這個叫做什麼？(2) 他有幾個呢？(3) 請你全部指出來。

（施測者指出側面）

3-3 (1) 這個叫做什麼？(2) 他有幾個呢？(3) 請你全部指出來。

（施測者指出邊）

3-4 (1) 這個叫做什麼？(2) 他有幾個呢？(3) 請你全部指出來。

（施測者指出頂點）

3-5 (1) 這個叫做什麼？(2) 他有幾個呢？(3) 請你全部指出來。



四、說說看，比出來！

(施測者拿出編號 2 四角柱的形體)

4-1 這個形體名稱是什麼？

(施測者指出一個底面)

4-2 跟底面互相平行的是哪一個面？

4-3 那麼，什麼是平行呢？

4-4 跟底面互相垂直的是哪一個面？

4-5 那麼，什麼是垂直呢？



五、畫畫看

5-1 展開圖是什麼呢？

5-2 請依序畫出以下形體的展開圖。

三角錐	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？
四角錐	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？
五角錐	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？
三角柱	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？
四角柱	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？
五角柱	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？

5-3 透視圖是什麼呢？

5-4 接下來，畫五角柱的透視圖。

三角錐	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？
四角錐	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？
五角錐	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？
三角柱	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？
四角柱	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？
五角柱	畫圖的順序：
	為什麼會這樣畫？

附錄五 研究對象逐字稿

研究對象 S1 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的晤談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！

R：請簡單介紹一下你自己。

S1：我是阿傑（化名）

R：好！第一個，什麼是柱體，什麼是錐體？

S1：柱體有兩個面……兩個底面

R：那錐體呢？

S1：頂端有一個角

R：這裡有一、二、三、四、五、六個形體，你會怎麼分？

S1：我會分成柱體跟錐體

R：那屬於柱體的是幾號？

S1：一、二、五號

R：那你為什麼認為他是柱體？

S1：有兩個底面

R：形體名稱分別是什麼？

S1：一號叫三角柱、二號叫四角柱，五號叫六角柱

R：那屬於錐體的又是幾號？

S1：是三、四、六號

R：那你為什麼認為他是錐體？

S1：因因為……有一個角

R：形體名稱分別是什麼？

S1：三號四角錐、四號圓錐，六號六角錐

R：（拿出一號形體）這個叫什麼？

S1：三角柱

R：（指出底面），這個是什麼？

S1：底面！

R：有幾個？

S1：兩個

R：是幾號？

S1：一、二號

R：（指出側面），這個地方是什麼？

S1：側面
R：那他有幾個？
S1：三個
R：好 OK！（指出邊），那我問下一個問題囉，好！這是什麼？
S1：邊
R：他有幾個？
S1：九個
R：（指出頂點），這個叫做什麼？
S1：頂點
R：那他有幾個頂點？
S1：六個
R：（拿出四角柱形體），接下來我要問你，這是什麼？
S1：四角柱
R：好！這是你剛才說的底面對不對？
S1：嗯
R：好！那我現在問你，跟這個面互相平行的是哪個面？
S1：二號面
R：好！請告訴我什麼是平行？
S1：互相平行，二條直線延伸下去，不會相交
R：好那你現在告訴我，跟這個互相垂直的是哪一條？
S1：三號跟四號跟五號跟六號
R：什麼是垂直？
S1：有相交的兩條邊，就是呈 90 度角
R：再講清楚一點
S1：兩條邊相交，且 90 度
R：好，下一個問題，那什麼是展開圖？
S1：把形體攤開來，成平行的面。
R：那三角錐有幾個面
S1：四個
R：那你中間畫的是什麼？中間是什麼？
S1：底面
R：那四角錐怎麼會這樣畫？
S1：五個面，中間一樣是底面
R 底面是什麼形狀？
S1：正方形
R：五角錐呢
S1：它有六個面
R：底面是什麼形狀

S1：五邊形
R：那三角柱呢？
S1：它有五個面，
R：那這兩個面是什麼？
S1：底面
R：那這個長方形呢？
S1：它的側面
R：那四角柱呢？
S1：有六個面
R：然後？
S1：有二個側面
R：是什麼形狀？
S1：長方形
R：那五角柱呢？
S1：有七個面
R：然後這二個是什麼？
S1：底面
R：那這邊五個長方形是它的？
S1：側面
R：老師現在問你！
S1：嗯
R：透視圖是什麼？
S1：就是可以看到形體看不到的另一條邊和角
R：那三角錐你為什麼會這樣畫？
S1：不知道？
R：你先畫什麼？
S1：先畫實線
R：然後？
S1：再畫虛線
R：那他頂點有幾個？
S1：四個
R：那四角錐呢？
S1：也是先畫實線
R：好，那五角錐呢？
S1：先畫實線再畫虛線
R：那三角柱也是嗎？
S1 也是先實線再虛線
R：那四角柱？



S1：先實線
R：然後？
S1：再畫其他的
R：那五角柱？
S1：先畫看的到的
R：幾條？
S1：15 條
R：謝謝你接受我的訪問。

研究對象 S2 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的唔談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！
R：請簡單介紹一下你自己。
S2：我是阿維（化名）
R：你認為什麼是柱體？什麼是錐體？
S2：柱體有兩個底面，錐體有一個底面，我是這樣認為的
R：這裡有六個形體，你會怎麼分類？
S2：我會分成柱體與錐體
R：那各是幾號？
S2：柱體是一、二、五號，錐體是三、四、六號
R：這些形體中，屬於柱體的是幾號？
S2：一、三、五號
R：為什麼他是柱體？
S2：有兩個底面，側面是長方形（除圓柱）
R：分別是什麼？
S2：一號是三角形、二號是四角柱、五號是五角柱
R：屬於錐體？
S2：三號是四角錐、四號是四角錐、五號是五角柱
R：為什麼是錐體？
S2：因上面是三角形，一個底面，側面是三角形
R：（拿出一號形體）
S2：（呆住）
R：這個叫做什麼？
S2：底面

R：有幾個？
S2：二個
R：（拿出二號形體）？
S2：（呆住）
R：跟這個互相平行的是幾號
S2：一號跟二號
R：什麼是平行？
S2 兩條線 90 度延長，不會有交叉點
R：和底面互相垂直？
S2：三、四、五、六號
R 什麼是垂直？
S2：一條直線和平行線交叉點的 90 度
R：什麼是展開圖？
S2：把圖形打開來攤在桌子上
R：三角錐呢？
S2：側面是三角形，底面一個
R：四角錐呢？
S2：底面是正方形
R：五角錐呢？
S2：底面五邊形
R：三角柱呢？
S2：側面是正方形
R：四角柱呢？
S2：六個正方形，正方體
R：五角柱呢？
S2：兩個底面
R：透視圖是什麼？
S2：將看不到遮住的地方刪掉
R：三角錐呢？
S2：六條邊四個頂點
R：四角錐呢？
S2：六條邊、四個頂點，讓人一看就知道
R：五角錐呢？
S2：底面五邊形，
R：三角柱呢？
S2：畫成底面和底面互相平行
R：四角錐呢？
S2：兩個正方形，對齊同樣頂點



R：五角錐呢？
S2：上下一個五邊形，然後再連連看
R：謝謝你接受我的訪問。

研究對象 S3 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的晤談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！

R：請簡單介紹一下你自己。

S3：我是小慈（化名）

R：什麼是柱體？什麼是錐體？

S3：柱體有兩個底面，錐體只有一個底面

R：這裡有許多形體，你會怎麼分？

生：我會分成柱體與錐體

R：各是幾號？

S3：柱體有一、二、五號，錐體有三、四、六號

R：為什麼它是柱體？

S3：因為有兩個底面

R：形體名稱分別是什麼？

S3：一號是三角柱、二號是四角柱、五號是六角柱

R：那為什麼他是錐體？

S3：因為有一部份是尖的

R：形體名稱分別是什麼？

S3：三號是三角錐、四號是四角錐、六號是六角錐

R：（拿出三角柱），這是什麼？

S3：三角柱

R：這是什麼？

S3：底面

R：有幾個？

S3：兩個

R：指出來！！

S3：一、二號

R：這是什麼？

S3：側面

R：有幾個？

S3：三個
R：指出來
S3：三、四、五號
R：這叫什麼？
S3：邊
R：有幾個？
S3：九個
R：這叫什麼？
S3：頂點
R：有幾個？
S3：六個
R：（拿出四角柱），這是什麼？
S3：四角柱
R：跟這個底面互相平行的？
S3：二號
R：什麼是平行
S3：兩條線中間有一條直線，互相垂直
R：什麼是垂直？
S3：橫線和直線有 90 度
R：展開圖是什麼？
S3：形體攤開來的樣子
R：那三角錐呢？
S3：有一個底面，三個側面
R：那四角錐呢？
S3：一個底面（四邊形），四個側面（三角形）
R：那五角錐呢？
S3：有一個底面，五個側面
R：那三角柱呢？
S3：兩個底面（三角形），三個側面（長方形）
R：那四角柱呢？
S3：兩個底面，四個側面
R：那六角柱呢？
S3：七個面，五個側面（長方形）
R：什麼是透視圖？
S3：可以看到裡面的線
R：那三角錐呢？
S3：看不到的面轉成虛線
R：那四角錐呢？



S3：看不到的面轉成虛線

R：那六角錐呢？

S3：虛線可畫 2 條

R：那三角柱呢？

S3：常常看所以會畫

R：那四角柱呢？

S3：常常畫

R：那六角柱呢？

S3：想到放牙籤的罐子

R：謝謝你接受我的訪問。

研究對象 S4 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的晤談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！

R：請簡單介紹一下你自己。

S4：我是小綺（化名）

R：來！你認為什麼是柱體什麼是錐體？

S4：柱體就是兩個相同的底面

R：那錐體呢？

S4：就是只有一個面，然後阿有上面有尖尖的地方

R：好！那這邊有六形體，你會怎麼分類？

S4：我會分成柱體一邊，還有錐體一邊

R：那屬於柱體的是幾號？

S4：就一、二、五號

R：為什麼它是柱體？

S4：因為它有兩個底面，沒有尖尖的地方

R：那這些形體名稱分別是什麼？

S4：一號是三角柱、二號是四角柱、五號是六角柱

R：那屬於錐體的是幾號？

S4：三、四、六號

R：那這些形體名稱分別是什麼？

S4：三號是四角錐、四號是圓錐、六號是六角錐

R：（翻頁之後），老師拿出一號形體，這是什麼？

S4：三角柱

R：(指出底面)，這是什麼？
S4：底面
R：(指出側面)，這叫什麼？
S4：側面
R：有幾個？
S4：三個
R：是幾號？
S4：三、四、五號
R：(指出頂點)，這是什麼？
S4：角.....
R：角？
S4：不是不是，
R：是什麼？
S4：頂點
R：有幾個？
S4：有六個
R：(拿出四角柱)，這是什麼？
S4：四角柱
R：(指出一個底面)，跟這個互相平行的面是幾號？
S4：二號
R：好！那我問你，什麼是平行？
S4：二個線的位置，角度要一樣，不可以有不一樣的位置
R：那跟這個互相垂直的是哪一面？
S4：三、四、五、六號
R：好！那我問你，什麼是垂直？
S4：二條邊中間要九十度角
R：展開圖是什麼？
S4：一個形體拆開來
R：那三角錐呢？
S4：一條一條慢慢畫
R：幾個三角形
S4：五個三角形
R：那側面是什麼形狀
S4：三角形
R：那四角錐呢？
S4：先畫左邊，底面要正方形
R：那五角錐呢？
S4：先畫左邊，底面五邊形

R：那三角柱呢？
 S4：先畫左邊，再畫底面三角形
 R：那四角柱呢？
 S4：先畫左邊(連同底面)
 R：那五角柱呢？
 S4：先畫左邊，或畫直線
 R：透視圖是什麼？
 S4：透明的，可以看到另一條邊
 R：那三角錐呢？
 S4：心裡有三角錐的透視圖
 R：那四角錐呢？
 S4：先畫底面，再畫邊
 R：那五角錐呢？
 S4：從左邊開始畫
 R：那三角柱呢？
 S4：看習作，然後就有印像了
 R：那四角柱呢？
 S4：看習作，然後有印象
 R：那五角柱呢？
 S4：我先從左邊開始畫，然後再畫其他的
 R：謝謝你接受我的訪問。

研究對象 S5 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的晤談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！
 R：請簡單介紹一下你自己。
 S5：我是阿敬（化名）
 R：你認為甚麼是柱體？甚麼是錐體？說說看你的想法？
 S5：柱體：底面跟頂面是平的，錐體：底面是平的，頂面是尖的
 R：你是如何分類的？請說說你的想法？
 S5：分成錐體和柱體，四號、三號、六號錐體五號、二號、一號柱體
 R：在這些形體中，屬於柱體的拿出來。為甚麼你認為它是柱體？
 S5：一、二、五號，底面和頂面都是平的
 R：這些形體名稱分別是甚麼？請你一個一個唸出來？

S5：一號是三角柱、二號是四角柱、三號是四角錐、四號是圓錐、五號是六角柱、六號是六角錐

R：請將這些形體中，屬於錐體的拿出來？為甚麼你認為它是錐體？

S5：四號三號六號，它上面是尖的

R：這些形體名稱分別是甚麼？請你一個一個唸出來？

S5：三號四角錐四號圓錐六號六角錐

R：這個形體名稱是甚麼？

S5：三角柱

R：這個叫甚麼？他有幾個呢？請你全部寫出來？

S5：面，底面。一個面

R：這個叫甚麼？他有幾個呢？請你全部寫出來？

S5：側面。三個。三、四、五號

R：這個叫甚麼？他有幾個呢？請你全部寫出來？

S5：邊。九個

R：這個叫甚麼？他有幾個呢？請你全部寫出來？

S5：點。六個

R：這個形體名稱叫甚麼？

S5：四角柱

R：根底面互相平行的是哪一個面？

S5：二號

R：那麼，甚麼是平行呢？

S5：像一號二號，互相面對面，在旁邊不行，一定要面對面

R：跟底面互相垂直的是哪個面

S5：三、四、五、六號、

R：那麼，甚麼是垂直呢

S5：交接處是直角 90 度

R：展開圖是什麼呢？

S5：把他們展開之後的圖形

R：為什麼三角錐的展開圖你會這樣畫？

S5：因為中間那個是它的底面，旁邊是它的側面，中間旁邊都是三角形

R：四角錐呢？

S5：先畫一個正方形，旁邊延伸出四個三角形

R：五角錐呢？

S5：一樣中間那個五邊形是底面每個邊延伸出三角

R：那麼三角柱為什麼你會這樣畫？

S5：全部按照.....向裡面摺起來會形成柱體

R：四角柱呢？

S5：左邊四個

R：最後一個五角柱的展開圖為什麼會這樣畫？
 S5：延伸出的長方形是它的側面，有一個長方形延伸的五邊形是它的頂面
 R：透視圖是什麼？你認為透視圖可以怎麼說？
 S5：形體內部看不到的地方用虛線畫出來
 R：為什麼你三角錐的透視圖是這樣畫？
 S5：因為我用虛線表示看不到的邊
 R：四角錐呢？
 S5：把看得到的邊先畫出來，再把看不到的邊用虛線畫出來
 R：五角錐呢？
 S5：看的到的邊有九條，其中三條看不到
 R：三角柱的透視圖呢？
 S5：上面的每條邊是看的到的，所以把上面的邊都畫出來，再把裡面看不到的邊畫出來
 R：四角柱呢？
 S5：剛好是一個柱子
 R：而五角柱的透視圖你是怎麼想而畫出來的？
 S5：只有三條看不到的邊，每個形體都有三條看不到的邊
 R：喔~謝謝你接受我的訪問。

研究對象 S6 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的晤談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！
 R：請簡單介紹一下你自己。
 S6：我是小君（化名）
 R：好！那我開始講囉，我問妳，什麼是柱體什麼是錐體？說出你的想法
 S6：就是類似柱子，底面是平的，可以支撐東西
 R：那錐體呢？
 S6：就覺得它上面會有一個尖尖的，然後下面就是平面的，像是正方形、圓形等平面形狀
 R：有六個形體喔！有一、二、三、四、五、六號，六個形體，你會怎麼分？
 S6：我會分成柱體與錐體
 R：你為什麼會這樣分，說說看
 S6：錐體是三、四、六號
 R：那柱體呢？

S6：柱體是一、二、五號

R：那這些形體中，屬於柱體的是幾號？

S6：二、一、五號

R：為什麼你認為他是柱體？

S6：因像柱子，即使一般看是一般的柱子是圓形的，其他形狀還是可以支撐

R：那這些形體分別叫什麼？

S6：二號是四角柱、一號是三角柱、五號是六角柱

R：屬於錐體的是幾號？

S6：三、四、六

R：為什麼他是錐體？

S6：因為它的特徵都是上面尖尖的，下面是平面

R：那這些形體名稱是什麼？

S6：三號是四角錐、四號是圓錐、六號是六角錐

R：這個形體名稱是什麼？（拿出1號形體）

S6：三角柱

R：這叫做什麼？

S6：底面

R：有幾個？

S6：二個

R：請指出來

S6：一、二號

R：這叫做什麼？

S6：側面

R：有幾個？

S6：三個

R：請指出來

S6：三、四、五號

R：這叫做什麼？

S6：邊

R：有幾個？

S6：九個

R：請指出來

S6：零個

R：這叫做什麼？

S6：角

R：有幾個？

S6：六個

R：請指出來



S6：(非常多)
R：這叫做什麼？(研究者拿出2號教具)
S6：四角柱
R：(指出底面)
S6：二號
R：什麼是平行？
S6：和一號面平行，上面平行，下面平行
R：和底面互相垂直的是
S6：三、四、五、六號
R：什麼是垂直？
S6：一條直的線和平的線，中間有垂直
R：展開圖是什麼？
S6：一個形體，把邊切割，又可再合起來
R：三角錐的展開圖為什麼會這樣畫？
S6：都要連在一起，底面都是三角形
R：四角錐的展開圖為什麼會這樣畫？
S6：中間四邊形或正方形，旁邊是側面是三角形
R：五角錐的展開圖為什麼會這樣畫？
S6：中間底面形狀是五邊形
R：三角柱的展開圖為什麼會這樣畫？
S6：底面有兩個，側面是長方形
R：四角柱的展開圖為什麼會這樣畫？
S6：兩個底面、側面是正方形、其他是長方形
R：五角柱的展開圖為什麼會這樣畫？
S6：兩個底面五邊形其他長方形
R：透視圖是什麼？
S6：可以看到裡面的東西，(從正面看不到的東西)
R：三角錐
S6：把看不到的邊變為虛線
R：四角錐
S6：之前有看過
R：五角錐
S6：把看不到的邊變為虛線
R：三角柱
S6：把看不到的邊變為虛線
R：四角柱
S6：把看不到的邊變為虛線
R：五角柱

S6：把看不到的邊變為虛線

R：謝謝你接受我的訪問。

研究對象 S7 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的晤談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！

R：請簡單介紹一下你自己。

S7：我是小鳴（化名）

R：你認為什麼是錐體，什麼是柱體？

S7：錐體的上面是三角形

R：那柱呢？

S7：柱體比較大

R：好！那這裡有六個形體，你會怎麼分類？

S7：柱體和錐體

R：屬於柱體的是幾號？

S7：一、二、五號。

R：為什麼？

S7：因為上面不是三角形

R：形體名分別是什麼？

S7：一號是三角柱、二號是四角柱、五號是六角柱

R：屬於錐體的是幾號？

S7：三、四、六號

R：為什麼？

S7：上面比較尖

R：形體名分別是什麼？

S7：三號是四角錐、四號是圓錐、六號是六角錐

R：（拿出三角柱），這是什麼？

S7：三角柱

R：（指出底面），這是什麼？

S7：底面

R：有幾個？

S7：一個

R：（指出側面），這是什麼？

S7：側面



R：有幾個
S7：三個
R：(指出邊)，這是什麼？
S7：邊
R：有幾個？
S7：九個
R：(指出頂點)，這是什麼？
S7：頂點
R：有幾個？
S7：六個
R：(拿出四角柱)，這是什麼？
S7：四角柱啊！！
R：好！這是你剛才說的底面對不對？
S7：嗯...
R：那跟他互相平行的是哪一個？
S7：二號面
R：什麼是平行？
S7：.....就是面對面
R：那跟這個互相垂直的是哪個面
S7：三、五號
R：什麼是垂直？
S7：在他旁邊，比較側面
R：展開圖是什麼？
S7：不是立體的，亂亂的
R：那三角錐你是怎麼畫的？
S7：我...先畫底面
R：底面是什麼？
S7：三角形
R：那四角錐呢？
S7：評量寫過
R：那五角錐呢？
S7：也是評量已經寫過
R：那三角柱呢
S7：看過
R：那四角柱呢？
S7：先畫底面
R：那五角柱呢？
S7：也是先畫底面



R：那什麼是透視圖？
 S7：看不到的面，都可以看到
 R：三角錐你是怎麼畫的？
 S7：先畫到的面
 R：那四角錐呢？
 S7：底面用虛線
 R：那五角錐呢？
 S7：是錐體，所以有尖尖的地方
 R：那三角柱呢
 S7：先畫底面
 R：然後？
 S7：再畫其他的！
 R：那四角柱呢
 S7：先畫底面
 R：然後
 S7：畫頂點
 R：接下來
 S7：畫其他的
 R：那五角柱呢
 S7：先畫底面
 R：然後再畫邊
 R：好的，謝謝你接受我的訪問。



研究對象 S8 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的晤談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！
 R：請簡單介紹一下你自己。
 S8：我是阿楷（化名）
 R：你認為什麼是柱體，什麼是錐體？
 S8：柱體沒有尖尖的地方，錐體有尖尖的地方
 R（拿出六個形體），這六個形體中你會怎麼分類
 S8：分成平的和尖的
 R：這些形體中，哪些屬於柱體的有哪些？
 S8：有五、一、二號

R：名稱分別是什麼？
S8：一號是三角柱、二號是長方體、五號是六角柱
R：為什麼是柱體？
S8：因為是平的
R：這些形體中，哪些屬於錐體有哪些？
S8：三、四、六號
R：名稱分別是什麼？
S8：三號是三角錐、四號是圓錐、六號是六角錐
R：（拿出三角柱），這形體是什麼？
S8：三角柱
R：（指出底面）這個是什麼？
S8：三角形
R：有幾個？指出來
S8：兩個
R：（指出側面），這個是什麼？
S8：四邊形
R：有幾個？
S8：三個
R：（指出邊），這個是什麼？
S8：邊
R：有幾個？
S8：六個
R：（拿出四角柱）這形體是什麼？
S8：四角柱
R：（指出底面）跟這個互相平行的是哪個？
S8：二號
R：什麼是平行？
S8：二個對比，都是一樣的角度
R：那跟這個互相垂直是哪個面？
S8：五、六、三、四面
R：什麼是垂直
S8：要呈 90 度角
R：展開圖是什麼？
S8：把一個圖分開
R：怎麼分開
S8：一面一面分開
R：那你怎麼畫三角錐
S8：看過



師那他有幾個底面

S8：一個

R：那四角錐呢

S8：底面是正方形

R：五角錐呢

S8：底面是五邊形

R：三角柱呢

S8：底面是三角形

R：四角柱呢？

S8：底面都是四邊形

R：五角柱呢？

S8：五個側面

R：是什麼形狀

S8：四邊形和長方形

R：透視圖是什麼？

S8：就是可以看到形體看不到的邊跟角

R：那三角錐你是怎麼畫

S8：底面是看不見的

R：那四角錐呢

S8：先畫四邊形（底面）

R：那五角錐呢

S8：先畫五個三角形

R：那三角柱呢？

S8：先畫下面的三角形

R：那四角柱呢？

S8：先底面，在畫其他的

R：那五角柱呢？

S8：底面就是五邊形

R：謝謝你接受我的訪問。

研究對象 S9 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的晤談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！

R：請簡單介紹一下你自己。

S9：我是小涵（化名）
R：請問什麼叫做柱體，什麼叫做錐體，請你說出你的想法？
S9：嗯……柱體兩個底面
R：那錐體呢？
S9：錐體一個底面
R：好那這邊有六個形體，你會怎麼分類？
S9：這個……分成柱體一邊，錐體一邊
R：那這些形體中，屬於柱體的是幾號？（六個形體）
S9：一、二、五號
R：為什麼？
S9：嗯……因為他有兩個底面
R：形體名稱分別是什麼？
S9：一號是三角柱、二號是四角柱、五號是六角柱
R：那這些形體中，屬於錐體的是幾號？
S9：四、三、六號
R：為什麼？
S9：因為有一個底面，上面還有一個尖尖的
R：形體名稱分別是什麼？
S9：四號是圓錐、三號是四角錐、六號是六角錐
R：（拿出三角柱形體），這是什麼？
S9：三角柱
R：（指出底面），這是什麼？
S9：底面
R：有幾個？
S9：有二個
R：是幾號？
S9：一、二號
R：（指出邊），這叫什麼？
S9：邊
R：有幾個？
S9：三個
R：（指出側面），這叫什麼？
S9：側面
R：有幾個？
S9：六個
R：（拿出四角柱），這叫什麼？
S9：四角柱
R：好！這是你剛才說的底面對不對？



S9：對！
R：好！那我現在問你，跟這個面互相平行的是哪個面？
S9：嗯.....我不知道
R：跟這個互相平行的，你認為是幾號？
S9：二號
R：好！哪請告訴我什麼是平行？
S9：跟另外一條線平平的
R：好 OK！那你現在告訴我，跟這個互相垂直的是哪一條？
S9：三號跟四號跟五號跟六號
R：什麼是垂直？
S9：忘記了
R：想一想，日常生活中有沒有？
S9：有啊！
R：是什麼？
S9：曬衣服的
R：好，下一個問題，那什麼是展開圖？
S9：就是把形體剪開來，就可以了
R：那妳畫的三角錐，什麼先開始畫？
S9：先畫底面
R：再畫什麼？
S9：再畫旁邊的三角形
R：那四角錐呢？
S9：也是先底面
R：然後再畫側面嗎？
S9：對！
R：那他有幾個側面？
S9：四個側面
R：那五角錐呢？
S9：還是先底面
R：那底面是什麼形狀？
S9：五邊形
R：三角柱呢？
S9：也是先底面
R：那它有幾面？
S9：兩個
R：那中間是什麼形狀？
S9：長方形
R：那再下一個，四角柱呢？



S9：我會先畫側面
R：為什麼？
S9：因為比較好畫
R：那他的側面是哪裡？
S9：中間
R：那五角柱呢？
S9：先底面
R：那個底面
S9：上底
R：透視圖是什麼？
S9：把看不到的邊畫出來
R：那請問你三角錐你怎麼畫？
S9：先畫底面，再畫虛線
R：那最後呢？
S9：再畫實線
R：那四角錐呢？
S9：先畫底面，再畫虛線，然後跟剛才一樣，再畫實線
R：那五角錐也一樣嗎？
S9：嗯
R：那三角柱呢？
S9：先實線，再虛線
R：那四角柱呢？
S9：先畫二個底面，然後虛線，再實線
R：五角柱呢？
S9：先上下兩個底面，再畫邊，再畫虛線
R：好！那我最後問你，你自己心裡面有沒有形體的圖出現呢？
S9：有！！
R：謝謝你接受我的訪問，讓我知道你的想法。

研究對象 S10 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的唔談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！

R：請簡單介紹一下你自己。

S10：我是阿益（化名）

R：如果你聽不懂，可以跟我說，我會用台語再解說一次。

S10：什麼是柱體？

R：生活當中有沒有什麼是柱體？

R：老師在課堂上講的柱體你知道是什麼嗎？

S10：嗯！

R：講不出來嗎？

S10：（點頭示意）

R：好，沒關係；什麼是錐體？生活當中有看到錐體嗎？錐體有什麼特色？

S10：……（等了將近 30 秒）

R：如果講不出來也可以跟我講。

S10：……（等了將近 10 秒）

R：好，講不出來沒有關係，現在呢，曉卿老師這邊有編號的形體，有看過嗎？
這裡總共有六個，這六個你要怎麼分類？，給他們分分看（台語再說明一次）

S10：（開始分類，似乎不怎麼有自信的用左手拿著教具，歪著頭思考）

R：（再次提醒）有編號喔，你會怎麼分？分類分看看。你要把它分成幾堆？你
會把它分成幾堆？你要把它全部放在一起，變成一堆嗎？

S10：（摸教具尖尖的地方，一個一個擺放在同一地方）

R：全部放在一起嗎？為什麼要把他們都放在一起？

S10：長得都一樣。

R：長得都一樣？

S10：嗯。

R：好，那你告訴我，屬於柱體的有沒有？

S10：（開始一個一個拿）

R：還有嗎？幾號？

S10：五號

R：還有嗎？

S10：六號

R：還有沒有？

S10：三號（似乎還沒拿完，左手還在拿其他的形體）

R：還有嗎？

S10：四號

R：還有沒有？

S10：二號

R：還有沒有？

S10：一號

R：好，那你告訴老師，為什麼你認為你拿的這些都是柱體？

S10：（遲疑了約 10 秒鐘）都一樣

R：再大聲一點點，讓老師可以聽見

S10：都一樣
R：喔~都一樣，那這些都有編號，請告訴老師，這些形體按照編號告訴老師它們叫什麼？一號叫什麼？
S10：（左右張望，手指一直摳教具）
R：一號叫什麼？
S10：（約 15 秒後）不知道
R：不知道也要回答老師不知道喔！那 2 號呢？
S10：正方形（極小聲）
R：啊？再大聲一點
S10：正方形
R：那三號呢？三號？
S10：不知道
R：四號？
S10：不知道
R：五號？
S10：不知道
R：六號？
S10：三角形
R：告訴老師這六個形體，是錐體的有哪幾個？錐體喔！要告訴老師幾號。
S10：一號
R：還有嗎？
S10：二號
R：二號，還有嗎？
S10：四號。
R：四號，還有嗎？
S10：六號
R：六號，還有嗎？
S10：三號
R：三號，還有嗎？
S10：五號
R：好，為什麼你認為他們是錐體？
S10：都一樣（又開始喃喃自語）
R：啊？什麼？
S10：都一樣
R：這些的形體名稱是什麼？從一號開始告訴我。
S10：不知道
R：不知道，喔，那二號呢？
S10：長方形



R：長方形，三號呢？
S10：正方形
R：正方形，四號？
S10：不知道
R：不知道，五號？大聲一點！太小聲了
S10：正方形
R：六號
S10：長方形
R：（拿出編號一的三角柱形體）這個形體叫什麼？
S10：一角柱
R：（指出底面）我現在比的這是什麼？
S10：三角形
R：那它有幾個？請你全部指出來
S10：一個（翻轉形體好讓他數，但他總是少數了放在自己手掌上的那一個底面）
R：（指出側面）我現在比的這是什麼？
S10：三角柱
R：他有幾個呢？請你指出來
S10：三個（指出正確的三、四、五號）
R：（指出邊）我現在比的這是什麼？
S10：線
R：它有幾個？請你全部指出來。
S10：五個（他指出面對自己的側面三條長邊和上面底面的兩條邊）
R：（指出頂點）我現在比的這是什麼？
S10：尖尖的。
R：這尖尖的叫什麼？
S10：六！
R：尖尖的叫做六？
S10：（點頭）
R：它有幾個？請你全部指出來。
S10：六個（指出正確）
R：（拿出編號二的四角柱形體）這個形體叫什麼？
S10：四角柱
R：（指出一個底面）跟這個互相平行的是哪一個面？幾號？
S10：四號
R：那麼什麼是平行呢？
S10：（一直指著邊卻遲遲無法回答）
R：（指出一個底面）跟這個 1 號面互相垂直的是哪一個面？
S10：和四角柱垂直（說法錯誤，且手指指著邊）

R：那麼，什麼是垂直？
S10：這個..線跟線（指出邊長，且指的是互相平行）
R：什麼叫展開圖？展開圖是什麼？
S10：把它展開
R：把它展開叫作什麼？
S10：展開圖...把它剖開
R：所以展開圖就是？
S10：正方形
R：你認為正方形就是展開圖。
S10：嗯
R：為什麼你會認為正方形就是展開圖
S10：（搖頭）
R：沒關係，你盡量講，你講老師寫下來
S10：因為...不知道
R：好，沒關係啦！不知道就說不知道，不知道老師不會罵你啊，好，開始畫這些形體的展開圖，畫完，老師會問你為什麼。
S10：（約花了 15 分鐘）
R：三角錐展開圖為什麼你會畫這樣？
S10：.....（想了約一分鐘）
R：為什麼呢？一定有你的想法啊！
S10：很好畫
R：那為什麼你會這樣畫四角錐的展開圖？
S10：因為不好畫
R：那為什麼你會這樣畫五角錐的展開圖？
S10：（又想了約一分鐘）
R：為什麼五角錐你會這樣畫？
S10：很好畫
R：三角柱呢？為什麼三角柱你會這樣畫？
S10：（想想想...）不好畫
R：那麼四角柱？
S10：不好畫
R：那麼五角柱？
S10：很好畫
R：那麼你很好畫和不好畫的區別是什麼？為什麼有些你認為很好畫有些不好畫？好畫的像哪一個？
S10：（在唔談紙上指出）
R：（根據學生所指）是三角錐、五角柱、三角柱、四角柱、五角錐，那不好畫的你認為是哪幾個？

S10：(在唔談紙上指出)

R：四角柱你認為不好畫

S10：(點頭)

R：你剛剛說把它切開就是展開圖？那麼透視圖是什麼？你覺得是什麼？

S10：(搖頭答不出來)

R：透視圖就是用眼睛看得很仔細很仔細，所以透視圖就是？

S10：(依然搖頭)

R：沒關係啦！沒有正確答案，你認為透視圖是什麼就講出來

S10：裡面的格子

R：你認為裡面有格子，對不對？

S10：嗯！

R：那我現在要請你畫囉！有畫過嗎？

S10：沒畫過

R：好，沒關係

S10：(開始動手畫，約 10 分鐘完成)

R：一個一個告訴老師為什麼這些形體的透視圖你會這樣畫？第一個三角錐。

S10：很好畫。

R：喔~三角錐好畫。那四角錐呢？

S10：也是好畫。

R：那五角錐呢？

S10：不好畫。

R：為什麼不好畫？

S10：因為線歪歪的。

R：老師都有準備尺給你啊！

S10：不要用尺。

R：那三角柱的透視圖呢？

S10：好畫。

R：為什麼？

S10：線彎過來就好了。

R：四角柱呢？

S10：好畫。

R：為什麼四角柱好畫？

S10：因為線畫過來再畫過去就好了。

R：五角柱的透視圖呢？

S10：好畫啊！

R：為什麼呢？

S10：因為就這樣畫下來再畫過去就好了（食指跟著他畫的線繞）。

R：好的。謝謝你參與我的訪問。

研究對象 S11 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的唔談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！

R：請簡單介紹一下你自己。

S11：我是阿安（化名）

R：你認為什麼是柱體？

S11：由五個邊組成的

R：為什麼你會認為是由五個邊組成？而不是由兩個或三個、四個所組成？

S11：因為下面有兩個底

R：那麼底在哪裡？

S11：這裡跟那裡（比上下兩個底面，卻口說下面的兩個底）

R：錐體是什麼？你認為什麼是錐體？

S11：上面有一個頂點

R：請你指一下頂點在哪裡？

S11：這裡（指正確）

R：老師這裡有編號一號到六號的形體，請你幫他們分類分看看，你會怎麼分組？

S11：一號二號，三號四號，五號和六號分成三組

R：為什麼你要這樣分？

S11：按照號碼

R：按照號碼編？嗯，好，那現在請你將這些形體是屬於柱體的拿出來。

S11：這兩個

R：幾號和幾號？

S11：五號和六號

R：為什麼你會認為他們是柱體

S11：因為邊有五個啊

R：那另外一個呢？六號呢？

S11：有六個邊

R：所以你認為他們是柱體。那麼五號的五個邊在哪裡？

S11：在這邊（手指側面的邊）

R：所以你認為五號有五個邊是柱體，六號有六個邊是柱體？

S11：嗯

R：那你告訴我五號和六號叫什麼？它一定有一個名稱

S11：……（遲疑約一分多鐘）

R：形體一定有一個名稱嘛！是三角形？三角柱？三角錐？你認為是……？

S11：五號是五角柱，六號是六柱體

R：為什麼叫他六柱體

S11：因為六個邊

R：將一號到六號當中，屬於錐體的拿出來

S11：這個這個和這個

R：將號碼唸出來

S11：六號、三號、和四號

R：為什麼認為他們是錐體？

S11：因為他們上面有一個頂點

R：剛剛你選出的三號、四號和六號叫做什麼？三號是…？

S11：三角錐

R：為什麼你認為它是三角錐？

S11：三個邊

R：好，你數看看

S11：一、二、三…四個

R：所以它叫做什麼？

S11：四角錐

R：所以剛剛你說的三角錐現在要換成四角錐。四號呢？

S11：頂點

R：它叫做？

S11：角錐

R：六號呢

S11：六角錐

R：為什麼

S11：有六個邊

R：請你數看看

S11：一、二、三、四、五、六

R：（拿出編號一三角柱的形體）這個形體叫什麼？

S11：平行四邊形

R：為什麼？

S11：因為有底和高

R：（指出底面）這個叫什麼？

S11：（想了將近一分鐘後）面積

R：喔~它有幾個面積呢？

S11：三個

R：哪三個？

S11：一、二、三（數側面）



R：好，老師現在右手比的叫做什麼面？
S11：面積
R：也是叫面積。那它有幾個？
S11：三個
R：那你指出來哪三個。
S11：一、二、三（指出兩個底面及面對他的一個側面）
R：（指出邊）老師現在指的這一條叫做？
S11：直線
R：那它有幾個？（請你指出來）
S11：一、二、三（指出三條側邊）
R：（指出頂點）老師指的這個叫做？
S11：頂點
R：那它有幾個？
S11：三個
R：請你指出來
S11：一、二、三（指出上面底面的三個頂點）
R：（拿出二號形體）剛剛是編號一，現在老師要拿出編號二，請問它叫做什麼？
S11：長方形
R：為什麼你認為它是長方形？
S11：因為它有長和寬
R：（指出底面）老師現在指的這一個底面一號面，請問跟它平行的是哪一個面？
S11：二號
R：那麼什麼叫做平行？
S11：上面和下面
R：那麼和一號面互相垂直的是哪一個面？
S11：五號、四號、三號、六號
R：那麼什麼是垂直？
S11：支撐上面和下面的直線
R：喔~所以你認為支撐上面和下面的直線是垂直。
S11：嗯！
R：接著呢，我要請你畫展開圖，請問你什麼叫展開圖？
S11：就是.....把一個形體展開的！
R：三角錐的展開圖為什麼你會這樣畫？
S11：因為有三個角
R：哪三個角？
S11：這三個（指出三個尖尖的頂點）
R：那麼四角錐呢？你為什麼會這樣畫？
S11：有四個角啊！

R：五角錐呢？
S11：五角錐有五個角
R：所以你這些尖尖的代表角囉
S11：嗯
R：那麼老師現在就要問你柱體展開圖囉！三角柱展開圖你怎麼會這樣畫？
S11：因為有三個邊
R：四角柱展開圖呢，怎麼會這樣畫？
S11：有四個邊（指出尖尖的頂點）
R：那麼五角柱的展開圖，你為什麼會這樣畫？
S11：有五個邊（同樣指出尖尖的頂點）
R：講完展開圖，老師現在要問你透視圖。透視圖是什麼？
S11：就是把柱體和錐體折出一個形狀
R：那麼三角錐的透視圖你為什麼會這樣畫？
S11：三條線
R：哪三條
S11：一、二、三（外圍的三條邊）
R：四角錐的透視圖為什麼這樣畫？
S11：四條線
R：那四條？
S11：一、二、三、四（外圍的四條邊）
R：那麼中間為什麼你會這樣畫？
S11：因為要支撐四角錐，它才不會倒。
R：五角錐的透視圖你怎麼會這樣畫？
S11：也是一樣啊，有五條邊。
R：那中間呢？
S11：要支撐住才不會讓他倒下來
R：三角柱的透視圖怎麼會這樣畫？
S11：因為下面有平面
R：那中間為什麼你會這樣畫？
S11：因為下面平面支撐下面，中間支撐左右兩邊
R：好，那四角柱你怎麼會這樣畫？
S11：一樣有底，中間要支撐上面
R：五角柱為什麼你會這樣畫？
S11：因為五個邊
R：五個邊在哪裡？
S11：一、二、三、四、五（指外圍的邊）
R：為什麼會有這五個邊？
S11：因為支撐上、下面

R：那麼中間畫的是什麼？

S11：中間是要支撐左、右，五角柱才不會倒下。

R：謝謝你接受我的訪問，讓我清楚你心裡面的想法。

研究對象 S12 逐字稿

R：你好喔！這是一份關於數學幾何的晤談題本，目的在於瞭解你對數學幾何的想法。測驗的結果將做為學術研究和教師教學的參考，不會公開你寫的內容，也不會影響你的學業成績，請安心作答。謝謝！

R：請簡單介紹一下你自己。

S12：我是小婉（化名）

R：你認為什麼是柱體？

S12：柱體旁邊有線

R：那麼錐體呢？

S12：錐體喔？？錐體就是旁邊沒有線啊！

R：那你講的線是什麼？

S12：就是柱體旁邊的線啊！

R：好，老師現在手邊有一號、二號到六號的教具，請你分看看。

S12：一、三、六號分在一起，二號自己一組，四號五號自己一組。

R：為什麼你會這樣分？一、三、六號分在一起是因為？

S12：因為它們都有三角形

R：二號呢？你把它自己分一組？

S12：嗯！因為它有正方形

R：那四號和五號呢？

S12：因為它們兩個都有下面的底面

R：請你將這些形體屬於柱體的拿出來

S12：有五號、六號和三號

R：為什麼你認為這三個是柱體？

S12：因為它們都沒有錐，都沒有錐體

R：那麼五號叫做什麼？

S12：六邊形

R：三號呢？

S12：三角形

R：三號呢？

S12：三角形

R：這些形體中，屬於錐體的有哪些？

S12：三號、六號、二號
R：為什麼你認為它們是錐體？
S12：因為它們都一樣的，有錐啊
R：你認為的錐是什麼？
S12：就是這個，上面的東西
R：那們你選出來的錐體叫做什麼？
S12：二號叫正方形，三號三角形，六號五邊形
R：你為什麼認為六號是五邊形？
S12：他下面有五個邊啊。
R：那你數一次給老師看
S12：一、二、三、四、五
R：你用手指頭邊指邊數
S12：一、二、三、四、五、六
R：所以是？
S12：六邊形
R：（拿出編號一三角柱的形體）這個形體叫做什麼？
S12：三角柱
R：為什麼你認為他是三角柱？
S12：因為上面沒有頂點
R：（指出底面）這個叫做什麼？
S12：底面積。
R：是底面或底面積？
S12：底面積
R：它有幾個底面積呢？
S12：兩個
R：請你指給我看
S12：一、二。
R：（指側面）這個叫做什麼？
S12：邊。
R：它有幾個呢？
S12：三個
R：請你指給我看
S12：一、二、三
R：（指邊）這個叫做什麼？
S12：錐
R：這個一條一條叫做？
S12：錐
R：它有幾個？



S12：三個
R：請你指給我看
S12：一、二、三、四、五、六
R：所以是三個或六個？
S12：三個
R：請你再指給我看
S12：一、二、三（指側面）
R：（指出頂點）這個叫做什麼？
S12：頂點
R：它有幾個？
S12：六個
R：請你全部指出來
S12：一、二、三、四、五、六
R：（拿出編號二四角柱）這個形體叫做什麼？
S12：正方形
R：（指出一號底面）和這一個底面互相平行的面是哪一個？
S12：二號
R：好的，那麼什麼是平行？
S12：跟它（指二號）的線都一樣
R：那麼，跟二號底面互相垂直的是有幾個面？
S12：四個
R：請你指出來
S12：一、二、三、四（指邊）
R：那麼，什麼是垂直呢？
S12：跟這個東西（二號底面）垂直
R：嗯，垂直是.....？
S12：跟它旁邊一樣的線（指邊），斜下來的
R：喔~接著老師要問你有關展開圖和透視圖的問題。展開圖是什麼？
S12：一個東西把它展開
R：三角錐的展開圖你怎麼會這樣畫？
S12：因為要把它黏起來，上面有頂點蓋不起來
R：四角錐呢？
S12：可以黏起來，而上面可以蓋起來
R：五角錐你怎麼會這樣畫？
S12：下面才可以跟它一樣，因為柱體下面長這樣
R：三角柱呢？
S12：下面可以黏起來，而且上面是三角形
R：接下來是四角柱，四角柱你為什麼會這樣畫？

S12：我畫立體的
R：立體的地方在哪裡？
S12：就是斜斜的地方
R：那麼五角柱呢？你為什麼會這樣畫？
S12：因為這樣畫才有立體。
R：什麼是透視圖？
S12：可以看到後面的線
R：你說的線是什麼？
S12：代表可以立起來的
R：那麼三角錐的透視圖你怎麼會這樣畫？
S12：虛線就是看後面的線啊，從頂點開始畫
R：喔~後面的線？那麼四角錐呢？
S12：因為有看過，所以那一條線在立起來的時候就有那一條線
R：五角錐呢？你怎麼會這樣畫？
S12：因為我從後面開始畫，因為那一條線長在後面
R：那麼三角柱你怎麼畫？柱體喔！
S12：因為有三條線長在後面，所以三角柱這樣畫
R：四角柱呢？
S12：我想跟四角錐很像
R：五角柱呢？五角柱的透視圖呢？
S12：跟五角錐一樣吧！
R：怎麼一樣呢？
S12：跟五角錐一樣從後面開始畫，因為那一條線長在後面。
R：好的。謝謝你接受我的訪問。

附錄六 唔談過程照片整理





